# Esercizio Definizioni Matematiche

Francesco Mecca

May 22, 2020

## 1 Insiemi

### 1.1 Numeri naturali

I numeri naturali sono i numeri appartenenti all'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$, ovvero tutti i numeri maggiori o uguali a 0.

Possiamo definire i numeri naturali utilizzando la rappresenzationa di Von Neumann:

- definifiamo la funzione *successore(n)* come:

$$\text{successore(n)} = \text{n} \cup \{\text{n}\}$$

- $0 = \varnothing$
- $1 = 0 \cup \{0\} = \{\varnothing\}$
- $2 = 1 \cup \{1\} = \{0, 1\}$
- $3 = 2 \cup \{2\} = \{0, 1, 2\}$
- $\text{n} = \text{n-1} \cup \{\text{n-1}\} = \{0, 1, 2, \ldots, \text{n-1}\}$

### 1.2 Numeri interi

I numeri interi sono i numeri appartenenti all'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z}$, ovvero tutti i numeri il cui valore assoluto è un numero naturale.

Possiamo rappresentare intuitivamente l'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z}$ come $\{n \mid \exists(a,b) \in \mathbb{N}\times\mathbb{N},\ n = a\text{-}b\}$

### 1.3 Numeri razionali

I numeri razionali sono i numeri appartenenti all'insieme dei numeri razionali $\mathbb{Z}$, ovvero tutti i numeri rappresentabili tramite un numero razionale o come il limite di una sequenza di numeri razionali che non si ripete e non termina (numeri irrazionali).

### 1.4 Intersezione

L'intersezione fra due insiemi è a sua volta un insieme contenente gli elementi in comune fra i due insiemi:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \land x \in B\}$$

### 1.5 Unione

L'unione fra due insiemi è a sua volta un insieme contenente gli elementi dei due insiemi:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \lor x \in B\}$$

### 1.6 Differenza

La differenza fra due insiemi è a sua volta un insieme contenente tutti gli elementi presenti nell'insieme a sinistra della differenza ma non non contenuti nell'insieme a destra:

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \land x \notin B\}$$

### 1.7 Insieme Potenza

L'insieme potenza di un insieme S, $\wp(S)$, anche detto power set di S è l'insieme che contiene tutti i sottoinsiemi di S.

## 1.8 Complemento di un insieme

Il complemento di un insieme è a sua volta un insieme che contiene tutti gli elementi che non appartengono all'insieme di partenza:

$$A^c = \{a \mid a \notin A\}$$

## 1.9 Insieme contenuto

Un insieme A si dice contenuto in B se tutti gli elementi di A sono a loro volta elementi di B:

$$A \subseteq B \text{ iff } \forall a \in A,\ a \in B$$

## 1.10 Insieme strettamente contenuto

Un insieme A si dice strettamente contenuto in B se tutti gli elementi di A sono a loro volta elementi di B ma ci sono degli elementi di B che non appartengono ad A:

$$A \subset B \text{ iff } (\forall a \in A,\ a \in B) \land (\exists b \in B \mid b \notin A)$$

## 1.11 Prodotto Cartesiano

Il prodotto cartesiano di due insiemi è un insieme contenente tutte le coppie ordinate di cui il primo elemento appartiene al primo insieme ed il secondo elemento al secondo insieme:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \land b \in B\}$$

## 1.12 Arietà n

Si definisce arietà di una relazione R il numero di insiemi a cui si applica quella relazione. Se una relazione ha arietà n:

$$R \subseteq A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$$

### 1.13 Relazione binaria

Si definisce una relazione R binaria quando R ha arietà 2:

$$R \subseteq A_1 \times A_2$$

### 1.14 Proprietà riflessiva

Considerato un insieme A e una relazione R, diciamo che R è una relazione riflessiva se:

$$\forall a \in A,\ aRa$$

### 1.15 Proprietà simmetrica

Considerato un insieme A e una relazione binaria R, diciamo che R è una relazione simmetrica se:

$$\forall a,b \in A,\ aRb \Leftrightarrow bRa$$

### 1.16 Proprietà transitiva

Considerato un insieme A e una relazione binaria R, diciamo che R è una relazione transitiva se:

$$\forall a,b,c \in A,\ aRb \wedge bRc \rightarrow aRc$$

### 1.17 Relazione di equivalenza

Una relazione binaria che è allo stesso tempo riflessiva, simmetrica e transitiva si dice relazione d'equivalenza.

### 1.18 Chiusura transitiva

Considerato un insieme A e una relazione binaria R, definiamo chiusura transitiva la più piccola relazione transitiva $R^+$ sull'insieme A che contiene R:

$$R \subseteq R^+ \land (\forall T,\ R \subseteq T \rightarrow R^+ \subseteq T\ (R^+ \text{ is minimal}))$$

Se la relazione R è transitiva, allora $R = R^+$

### 1.19 Funzione

Definiamo funzione una relazione fra due insiemi A e B che associa un elemento dell'insieme A ad esattamente un elemento dell'insieme B:

$$f:\ X \mapsto Y$$

### 1.20 Funzione di arietà n

Possiamo definire una funzione di arietà n su un insieme S come:

$$f:\ S^n \mapsto S$$

### 1.21 Funzione iniettiva

Una funzione $f:\ X \mapsto Y$ si dice iniettiva quando presi due elementi dell'insieme X, se la loro immagine è uguale (f(x)), allora i due elementi sono uguali:

$$\forall x,x' \in X,\ f(x) = f(x') \rightarrow x = x'$$

### 1.22 Funzione suriettiva

Una funzione $f:\ X \mapsto Y$ si dice suriettiva quando preso qualunque elemento di Y, questo ha una controimmagine x in X:

$$\forall y \in Y,\ \exists x \in X \quad f(x) = y$$

### 1.23 Funzione biettiva

Chiamiamo una funzione biettiva quando è allo stesso tempo iniettiva e suriettiva.

# 2 Linguaggi

## 2.1 Alfabeto

Un alfabeto è un insieme i cui membri sono simboli (che includono lettere, caratteri e numeri). Se L è un linguaggio formale, ossia un set finito o infinito di stringhe di finita lunghezza, allora l'alfabeto di L, indicato con $\Sigma$, è l'insieme di tutti i simboli che possono comparire in una qualunque stringa di L.

## 2.2 Stringa

Una stringa è una sequenza finita di simboli di un alfabeto.

## 2.3 Lettera

Una lettera di una string è un simbolo dell'alfabeto.

## 2.4 Stringa vuota

Una stringa vuota è una stringa di lunghezza zero, anche detta $\varepsilon$.

## 2.5 Concatenazione

La concatenazione di stringhe è l'operazione di unione dei caratteri di due stringhe preservando il loro ordine.

## 2.6 Ripetizione

Si dice ripetizione l'operazione di concatenazione di una stringa con n copie di sé stessa.

## 2.7 Prefisso

Si dice prefisso di una stringa la sottostringa che appare all'inizio della stringa.

### 2.8 Suffisso

Si dice suffisso di una stringa la sottostringa che appare alla fine della stringa.

## 3 Grafi

Un grafo è una coppia ordinata G = (V,E) che comprende un insieme V di vertici e un insieme E di coppie (e,v).

### 3.1 Grafo diretto

Un grafo diretto è un grafo in cui gli archi hanno orientamento.

### 3.2 Grafo indiretto

Un grafo indiretto o semplice è un grafo in cui gli archi non hanno orientamento, ovvero:

$$\forall x,y \in V,\ (x,y) = (y,x)$$

### 3.3 Grafo bipartito

Un grafo si dice bipartito quando l'insieme di vertici V può essere diviso in due insiemi disgiunti e indipendenti W e X, di modo che ogni arco connetta un vertice in W con un vertice in X e si scrive G = (W,X,E):

$$V = W \cup X \wedge W \cap X = \varnothing$$

### 3.4 Nodo sorgente

Un nodo si dice sorgente quando il numero di archi in ingresso è 0.

### 3.5 Nodo destinazione

Un nodo si dice destinazione quando il numero di archi in uscita è 0.

### 3.6 Funzione di etichettatura per archi e nodi

In un generico grafo G, è possibile definire funzioni di etichettatura o di colorazione dei nodi come, dato un insieme di etichette S:

f: V$\mapsto$S Definendo un insieme di

### 3.7 Cammino

Si dice cammino una sequenza di archi che collega una sequenza di vertici distinti.

### 3.8 Ciclo

Si definisce ciclo un cammino in cui il primo e l'ultimo vertice coincidono mentre tutti gli altri vertici si ripetono al più una volta.

### 3.9 Lunghezza del cammino

Si definisce lunghezza il numero di archi che compongono un cammino. In un grafo pesato la lunghezza di un cammino è costituita dalla somma del peso di ogni arco che lo compone. Un cammino in un grafo è una sequenza finita o infinita di archi che collegano una sequenza di vertici distinti l'uno dall'altro. Un cammino di lunghezza $k$ è rappresentato da una sequenza alternata di $k$ vertici ed archi.\ $v_0, e_0, v_1, e_1, \ldots v_{k-1}, e_{k-1}, v_k$

### 3.10 Grafi fortemente connesso

Un grafo diretto si dice fortemente connesso se ogni vertice è raggiungibile da ogni altro vertice.

### 3.11 Componenti fortemente connesse

Si dicono componenti fortemente connesse le partizioni di un grafo diretto che sono fortemente connesse.

### 3.12 BSCC - Bottom Strongly Connected Component

Una componente fortemente connessa si dice BSCC quando nessun vertice al di fuori della BSCC è raggiungibile.

### 3.13 Albero

Si dice albero un grafo indiretto in cui ogni coppia di vertici è connessa da solo un arco. Ogni grafo indiretto, connesso e aciclico è un albero.

### 3.14 In e out degree di un nodo

Si dice in degree, $indeg^{-}(v)$, di un nodo il numero di archi entranti in quel nodo. Si dice out degree, $outdeg^{+}(v)$, di un nodo il numero di archi uscenti da quel nodo.

## 4 Matrice

Una matrice è un vettore bidimensionale di numeri o altri oggetti. La dimensione n×m è data dal numero di righe $n$ e il numero di colonne $m$.

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & p_{n,m} \end{pmatrix} = (a_{ij}) \in R^{m \times n}$$

### 4.1 Somma

La somma A+B di due matrici A, B è definito come:

$$(\mathrm{A}+\mathrm{B})_{\mathrm{ij}} = \mathrm{A}_{\mathrm{ij}}+\mathrm{B}_{\mathrm{ij}}$$

### 4.2 Prodotto

Definiamo il prodotto scalare di una matrice A per un fattore $c$ come:

$$(\mathrm{cA}_{\mathrm{ij}}) = \mathrm{c}\cdot\mathrm{A}_{\mathrm{ij}}$$

Definiamo il prodotto fra una matrice A di dimensione $|\mathrm{n}_a \times \mathrm{m}_a|$ e una matrice B di dimensione $|\mathrm{n_b} \times \mathrm{m_b}|$ quando $\mathrm{m}_a = \mathrm{n_b}$ come:

$$\mathrm{AB_{ij}} = \sum_{\mathrm{r}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{a_{ir}} \mathrm{b_{rj}}$$

Dato un vettore $\vec{v}$ possiamo calcolare il prodotto di vettore per matrice considerando il vettore una matrice colonna e applicando lo stessa definizione del prodotto fra matrici (quindi la lunghezza di $\vec{x}$ dovrà essere pari al numero di colonne della matrice).

# Esercizio P/N

Francesco Mecca

May 22, 2020

## 1 Rete A

M master identici e S slave identici di tipo 1.

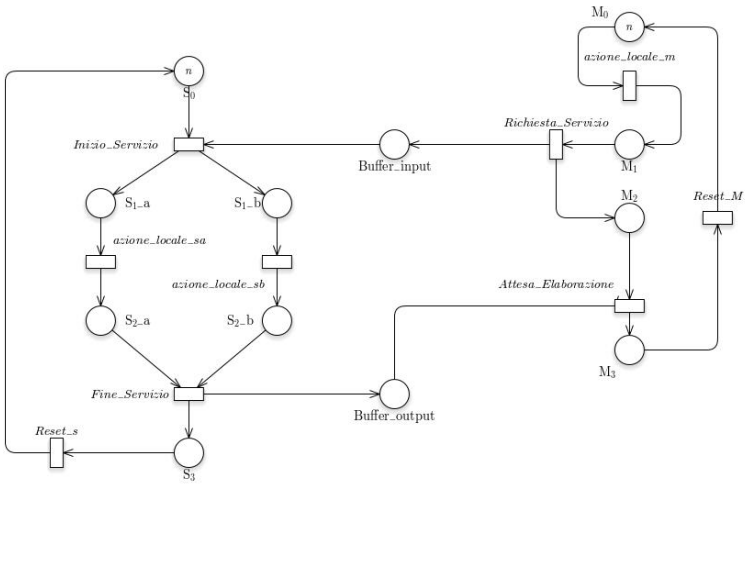



Figure 1: Modello della reteA

La figura rappresenta la rete di Petri P/T dell'esercizio A. Il master è modellato dai posti M0, M1, M2, M3 e dalle transizioni *Azione_ Locale*, *Richiesta_ Servizio*, *Attesa_ Elaborazione* e *Reset_ M* Lo slave è modellato dai posti *S0*, *S1_ a*, *S1_ b*, *S2_ a*, *S2_ b* e *S3* e dalle transizioni *Inizio_ Servizio*,

*Azione_Locale_S_a*, *Azione_Locale_S_b*, *Fine_Servizio* e *Reset_S*. La richiesta del servizio verso lo slave è gestita attraverso due buffer, posti *Buffer_Input* e posto *Buffer_Output*.

### 1.1 Risultati

Nella tabella vengono mostrate il numero di archi e di nodi al variare dei parametri M e S. Le cifre sono indicative dell'aumentare della dimensione dello spazio degli stati proporzionalmente al numero di marcature.

| master, slaves | Nodi | Archi |
|---|---|---|
| 1, 1 | 14 | 19 |
| 2, 2 | 94 | 222 |
| 3, 3 | 426 | 334 |
| 4, 4 | 1500 | 5610 |
| 5, 5 | 4422 | 18720 |
| 6, 6 | 11418 | 52998 |
| 7, 7 | 26598 | 132594 |
| 8, 8 | 57057 | 301158 |
| 9, 9 | 114400 | 632775 |
| 10, 10 | 216788 | 1246960 |
| 11, 11 | 391612 | 2328612 |
| 12, 12 | 678912 | 4153916 |
| 13, 13 | 1135668 | 7123272 |
| 14, 14 | 1841100 | 11802420 |
| 15, 15 | 2903124 | 18973020 |

### 1.2 Considerazioni su Fork/Join

Il modello non garantisce che avvenga il join di due processi dello stesso padre quando la marcatura degli slave è maggiore di 2. Si può garantire che avvenga il join di due processi forkati dallo stesso padre nei seguenti modi:

- attraverso differenti strutture slaves

- usando reti WN

## 1.3 Riduzione

Una rete di petri può essere ridotta usando le seguendi tecniche:

- fusione
- eliminazione
- rimozione dei loop

Nelle figure vengono mostrate alcune fasi di riduzione della rete in analisi.

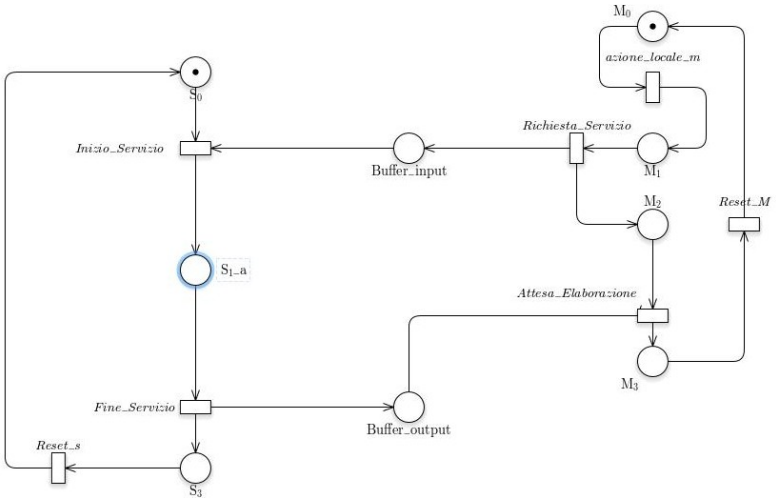



Figure 2: eliminazione di posti identici

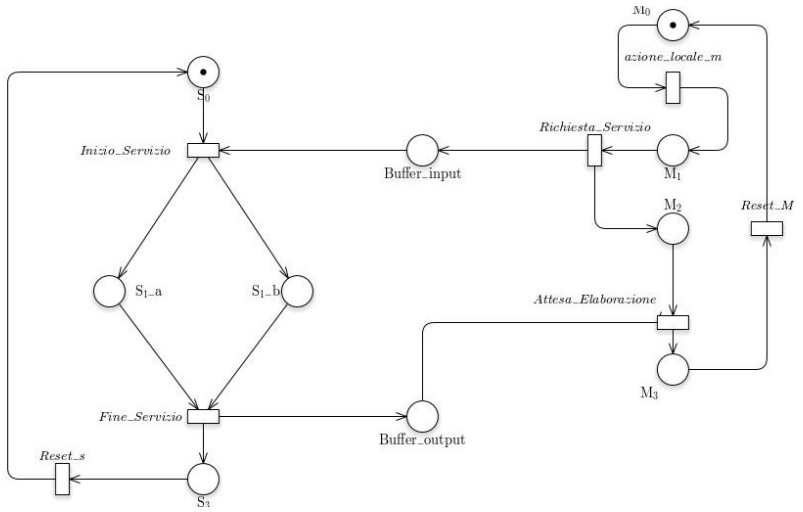



Figure 3: fusione di posti

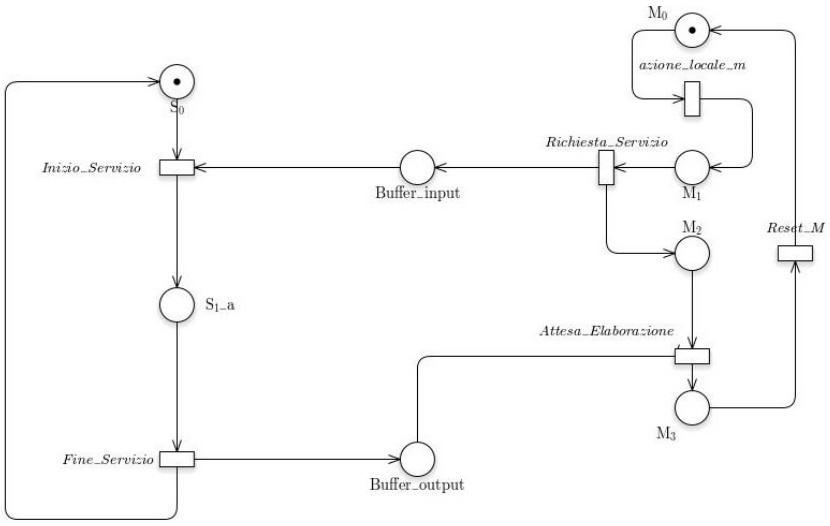



Figure 4: fusione di transizioni

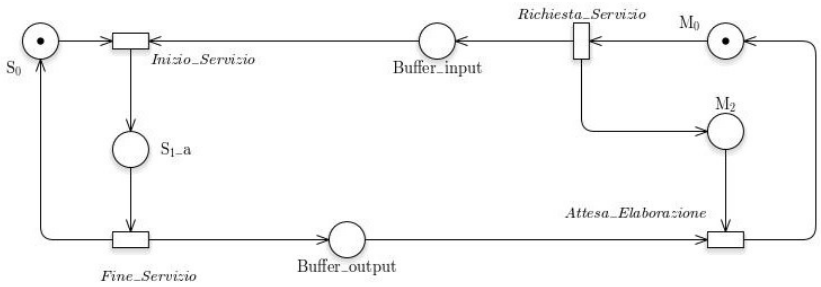



Figure 5: fusione di transizioni e posti

## 1.4 P e T invarianti

Tramite GreatSPN possiamo calcolare gli T- e P- semiflussi

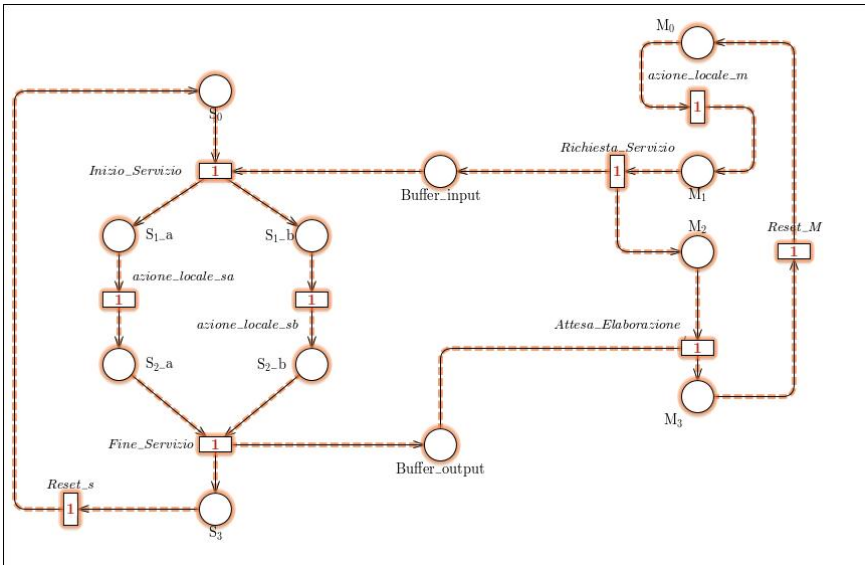



Figure 6: T-semiflows

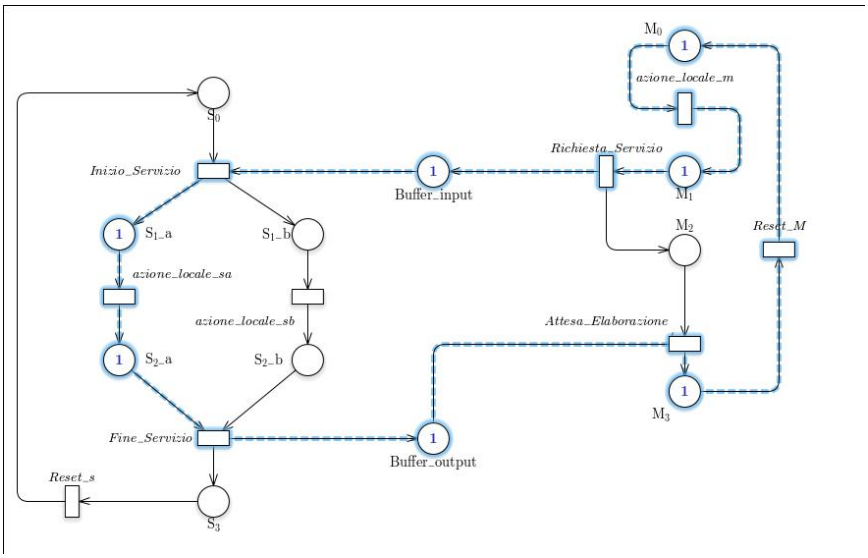



Figure 7: P-semiflows

Gli P-semiflussi sono i seguenti:

- S0 + $S1_a$ + $S2_a$ + S3
- S0 + $S1_b$ + $S2_b$ + S3
- M0 + M1 + M2 + M3
- $S1_a$ + $S2_a$ + Buffer_output + Buffer_input + M0 + M1 + M3
- $S1_b$ + $S2_b$ + Buffer_output + Buffer_input + M0 + M1 + M3

Il T-semiflusso è il seguente:

- Inizio_servizio + azione_locale_sa + azione_locale_sb + Fine_servizio + azione_locale_m + Richiesta_servizio + Attesa_elaborazione + Reset_M + Reset_S

e dato che comprende tutte le transizioni, il sistema rispetta la proprietà di liveness. Dato che la reteA è interamente coperta dagli P-semiflussi, possiamo affermare che la rete sia bounded. Gli P-semiflussi ci permettono di ricavare i seguenti invarianti lineari relativi ai marking $m$:

- m[S0] + m[$S1_a$] + m[$S2_a$] + m[S3] = 1
- m[S0] + m[$S1_b$] + m[$S2_b$] + m[S3] = 1
- m[M0] + m[M1] + m[M2] + m[M3] = 1
- m[$S1_a$] + m[$S2_a$] + m[Buffer_output] + m[Buffer_input] + m[M0] + m[M1] + m[M3] = 1
- m[$S1_b$] + m[$S2_b$] + m[Buffer_output] + m[Buffer_input] + m[M0] + m[M1] + m[M3] = 1

Dato che $\forall p \in P$, $m[p] \geq 0$ possiamo affermare, a partire dalle precedenti uguaglianze che:

- ogni posto nei seguenti insieme è in mutua esclusione con gli elementi dello stesso insieme:

  {S0, $S1_a$, $S2_a$, S3}
  {S0, $S1_b$, $S2_b$, S3}
  {M0, M1, M2, M3}
  {$S1_a$, $S2_a$, Buffer_output, Buffer_input, M0, M1, M3}
  {$S1_b$, $S2_b$, Buffer_output, Buffer_input, M0, M1, M3}

- $\forall p_i \in P$, $m[p_i] \leq 1$ (bounds)
- dato che i posti che sono gli unici *enablers* di una transizione sono i seguenti:

  $$S1_a,\ S1_b,\ S3,\ M0,\ M1,\ M3$$

  e quindi possiamo provare a dimostrare l'assenza di deadlock partendo dagli invarianti lineari relativi ai marking:

  - $m[S0] + m[S2_a] = 1$
  - $m[S0] + m[S2_b] = 1$
  - $m[M2] = 1$
  - $m[S2_a] + m[Buffer\_output] + m[Buffer\_input] = 1$
  - $m[S2_b] + m[Buffer\_output] + m[Buffer\_input] = 1$

  Dato che M2 è marcata, per far sì che *attesa_ elaborazione* non venga abilitata:

  $$m[Buffer\_output] = 0$$

  Inoltre per far sì che Inizio_Servizio e Fine_Servizio non vengano abilitate:

  - $m[Buffer\_input] + M[S0] \leq 1$
  - $m[S2_a] + m[S2_b] \leq 1$

  Riassumendo, il sistema è il seguente:

  - $m[S0] + m[S2_a] = 1$
  - $m[S0] + m[S2_b] = 1$
  - $m[S2_a] + m[Buffer\_input] = 1$
  - $m[S2_b] + m[Buffer\_input] = 1$
  - $m[Buffer\_input] + M[S0] \leq 1$
  - $m[S2_a] + m[S2_b] \leq 1$

  che per la legge di conservazione dei token, non può essere soddisfatto. Quindi nel sistema non vi è la possibilità di deadlock.

## 2 Rete B

M master identici, uno slave di tipo 1 e uno slave di tipo 1 scelti liberamente dai master.

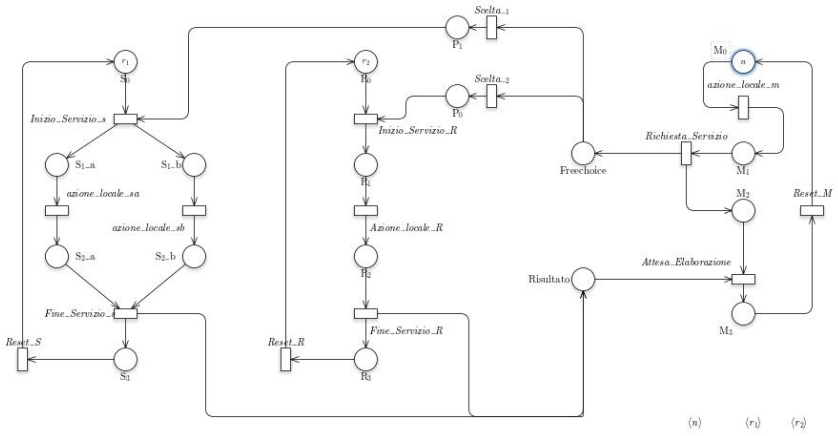



Figure 8: Modello della reteB

La figura rappresenta la rete di Petri P/T dell'esercizio B. Il master è modellato dai posti *M0*, *M1*, *M2*, *M3* e dalle transizioni *Azione_Locale*, *Richiesta_Servizio*, *Attesa_Elaborazione* e *Reset_M* Lo slave di tipo 1 è modellato dai posti *S0*, *S1_a*, *S1_b*, *S2_a*, *S2_b* e S3 e dalle transizioni *Inizio_Servizio*, *Azione_Locale_S_a*, *Azione_Locale_S_b*, *Fine_Servizio* e *Reset_S*. Lo slave di tipo 2 è modellato dai posti *R0*, *R1_a*, *R1_b*, *R2_a*, *R2_b* e *R3* e dalle transizioni *Inizio_Servizio_R*, *Azione_Locale_R*, *Fine_Servizio* e *Reset_R*. La richiesta del servizio verso lo slave scelto è gestita attraverso due buffer, *FreeChoice* e *Risultato*.

## 2.1 Risultati

Al variare del marking del master:

| master, slaves | Stati | Archi |
|---|---|---|
| 1, 2 | 40 | 76 |
| 2, 2 | 204 | 544 |
| 3, 2 | 728 | 2400 |
| 4, 2 | 2072 | 7896 |
| 5, 2 | 5040 | 21336 |
| 6, 2 | 10920 | 50064 |
| 7, 2 | 21648 | 105648 |
| 8, 2 | 39996 | 205260 |
| 9, 2 | 69784 | 373252 |
| 10, 2 | 116116 | 642928 |

Parametrizzando anche il marking sugli slaves (R+S):

| master, slaves | Stati | Archi |
|---|---|---|
| 1, 2 | 40 | 76 |
| 2, 2 | 204 | 544 |
| 4, 4 | 7265 | 32674 |
| 6, 6 | 113464 | 664234 |
| 8, 8 | 1073226 | 7405654 |
| 10, 10 | 7212128 | 55762000 |

## 2.2 Considerazioni su Fork/Join

Lo slave di tipo 1 processa una sola richiesta alla volta. Il master in attesa del risultato (M2) potrebbe ricevere il risultato di un lavoro richiesto da un altro master.

## 2.3 P e T invarianti

Tramite GreatSPN possiamo calcolare gli T- e P- semiflussi

Gli P-invarianti sono i seguenti:

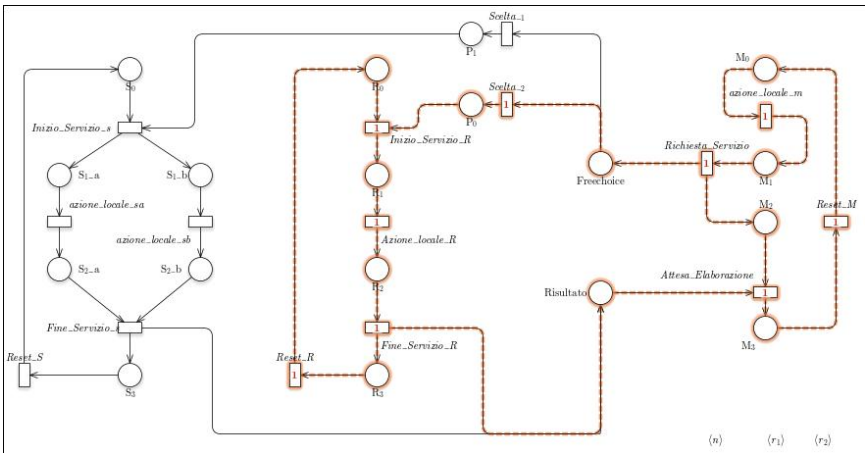



Figure 9: T-semiflows

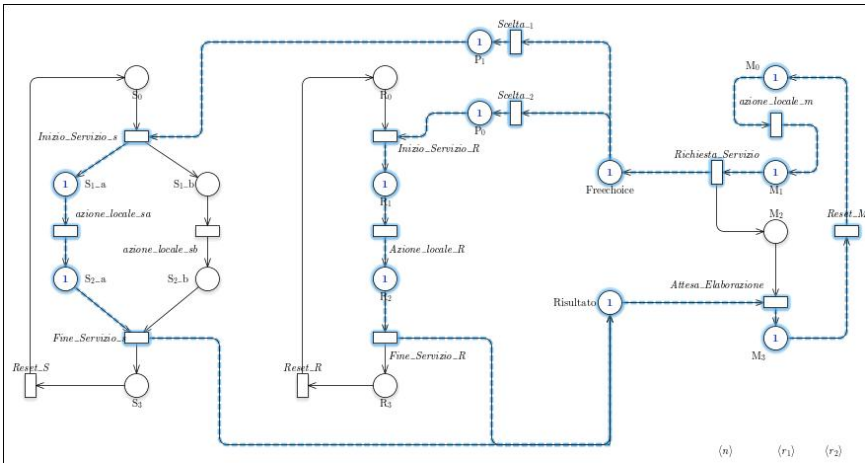



Figure 10: P-semiflows

- S0 + S1_a + S2_a + S3
- S0 + S1_b + S2_b + S3
- R0 + R1 + R2 + R3
- M0 + M1 + M2 + M3
- S1_a + S2_a + R1 + R2 + M0 + M1 + M3 + Freechoice + P0 + P1 + Risultato
- S1_b + S2_b + R1 + R2 + M0 + M1 + M3 + Freechoice + P0 + P1 + Risultato

Gli T-invarianti sono i seguenti:

- Inizio_servizio_R + azione_locale_R +
  Fine_servizio_R + Reset_R + azione_locale_m + Richiesta_servizio +
  Attesa_elaborazione + Reset_M + Scelta_2
- Inizio_servizio_S + azione_locale_sa + azione_locale_sb +
  Fine_servizio_S + Reset_s + azione_locale_m + Richiesta_servizio +
  Attesa_elaborazione + Reset_m + Scelta_1

Dato che ci sono due semiflussi, ognuno relativo alle transizioni dei due diversi slaves, c'è possibilità di starvation. Possiamo infatti immaginare una traccia di esecuzione in cui il master in seguito a FreeChoice sceglie sempre il primo slave. Questo non succederebbe in un sistema fair, ovvero se si obbliga un'automa che entra in uno stato infinite volte ad eseguire tutte le possibili transizioni da quello stato. In tal caso non avremmo starvation e la proprietà di liveness sarebbe rispettata.

Dato che la reteB è interamente coperta dagli P-semiflussi, possiamo affermare che la rete sia bounded. Dimostriamo invece che la rete non ha possibilità di deadlock.

- m[S0] + m[S1_a] + m[S2_a] + m[S3] = 1
- m[S0] + m[$S1_b$] + m[$S2_b$] + m[S3] = 1
- m[R0] + m[R1] + m[R2] + m[R3] = 1
- m[M0] + m[M1] + m[M2] + m[M3] = 1
- m[S1_a] + m[S2_a] + m[R1] + m[R2] + m[M0] + m[M1] + m[M3] + m[Freechoice] + m[P0] + m[P1] + m[Risultato] = 1
- m[$S1_b$] + m[$S2_b$] + m[R1] + m[R2] + m[M0] + m[M1] + m[M3] + m[Freechoice] + m[P0] + m[P1] + m[Risultato] = 1

I posti che sono gli unici enablers di una sola transizione sono:

M0, M1, M3, R1, R2, R3, FreeChoice, $S1_a$, $S1_b$, S3

Gli invarianti lineari dei marking diventano:

- m[S0] + m[S2_a] = 1
- m[S0] + m[$S2_b$] = 1
- m[R0] = 1
- m[M2] = 1
- m[S2_a] + m[P0] + m[P1] + m[Risultato] = 1
- m[$S2_b$] m[P0] + m[P1] + m[Risultato] = 1

Dati i marking in R0 e M2, per far sì che */Inizio_ Servizio/_ R*, Attesa_Elaborazione, */Fine_ Servizio/*$_s$ e */Inizio_ Servizio/*$_s$ non vengano abilitati:

- m[P0] = 0
- m[Risultato] = 0
- m[$S2_a$] + m[$S2_b$] $\leq$ 1
- m[P1] + m[S0] $\leq$ 1

Il sistema si riduce a:

- m[S0] + m[S2_a]= 1
- m[S0] + m[$S2_b$] = 1
- m[S2_a] + m[P1] = 1
- m[$S2_b$] + m[P1] = 1
- m[$S2_a$] + m[$S2_b$] $\leq$ 1
- m[P1] + m[S0] $\leq$ 1

che non può essere soddisfatto per la legge di conservazione dei token.

# 3 Rete C

Due master identici, uno slave di tipo 1 e uno slave di tipo 1 scelti liberamente dai master.

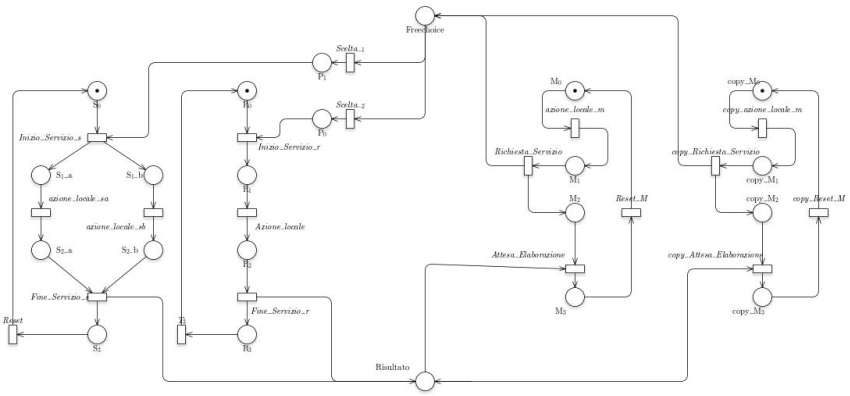



Figure 11: Modello della reteC

La figura rappresenta la rete di Petri P/T dell'esercizio C. Il master è modellato dai posti M0, M1, M2, M3 e dalle transizioni Azione_Locale, *Richiesta_ Servizio*, *Attesa_ Elaborazione* e *Reset_ M* Lo slave di tipo 1 è modellato dai posti S0, S1_a, S1_b, S2_a, S2_b e S3 e dalle transizioni *Inizio_ Servizio*, *Azione_ Locale_ S_ a*, *Azione_ Locale_ S_ b*, *Fine_ Servizio* e *Reset_ S* (il secondo master è una copia del primo). Lo slave di tipo 2 è modellato dai posti R0, R1_a, R1_b, R2_a, R2_b e R3 e dalle transizioni *Inizio_ Servizio/_ R, Azione_ Locale_ R, /Fine_ Servizio* e Reset_R. La richiesta del servizio verso lo slave scelto è gestita attraverso due buffer, posti FreeChoice e Risultato.

## 3.1 P e T invarianti

Tramite GreatSPN possiamo calcolare gli T- e P- semiflussi

Gli P-invarianti sono i seguenti:

- S0 + $S1_a$ + $S2_a$ + S3

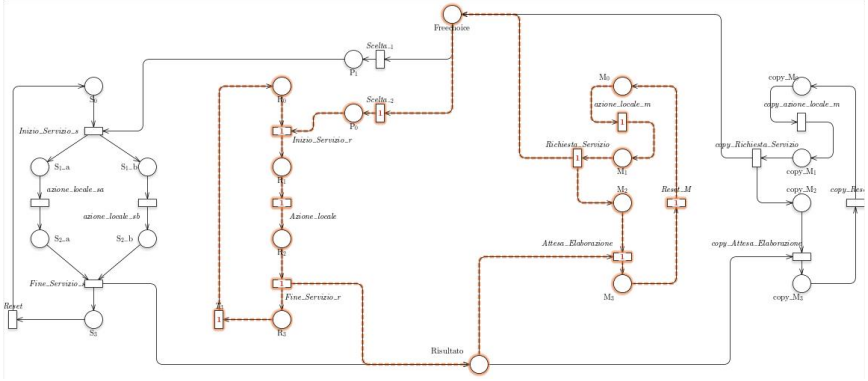



Figure 12: T-semiflows

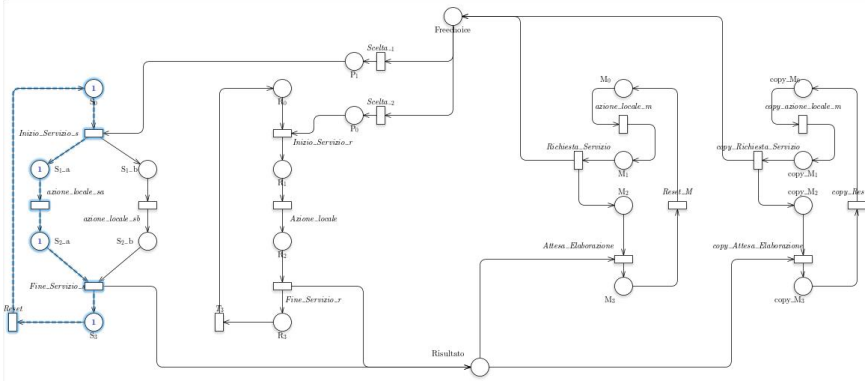



Figure 13: P-semiflows

- S0 + $S1_b$ + $S2_b$ + S3
- R0 + R1 + R2 + R3
- M0 + M1 + M2 + M3
- copy_M0 + copy_M1 + copy_M2 + copy_M3
- $S1_a$ + $S2_a$ + R1 + R2 + M0 + M1 + M3 + Freechoice + P0 + P1 + Risultato + copy_M0 + copy_M1 + copy_M3
- $S1_b$ + $S2_b$ + R1 + R2 + M0 + M1 + M3 + Freechoice + P0 + P1 + Risultato + copy_M0 + copy_M1 + copy_M3

Dato che la reteC è interamente coperta dagli P-semiflussi, possiamo affermare che la rete sia bounded. Gli P-semiflussi ci permettono di ricavare i seguenti invarianti lineari relativi ai marking $m$:

- m[S0] + m[$S1_a$] + m[$S2_a$] + m[S3] = 1
- m[S0] + m[$S1_b$] + m[$S2_b$] + m[S3] = 1
- m[R0] + m[R1] + m[R2] + m[R3] = 1
- m[M0] + m[M1] + m[M2] + m[M3] = 1
- m[copy_M0] + m[copy_M1] + m[copy_M2] + m[copy_M3] = 1
- m[$S1_a$] + m[$S2_a$] + m[R1] + m[R2] + m[M0] + m[M1] + m[M3] + m[Freechoice] + m[P0] + m[P1] + m[Risultato] + m[copy_M0] + m[copy_M1] + m[copy_M3] = 1
- m[$S1_b$] + m[$S2_b$] + m[R1] + m[R2] + m[M0] + m[M1] + m[M3] + m[Freechoice] + m[P0] + m[P1] + m[Risultato] + m[copy_M0] + m[copy_M1] + m[copy_M3] = 1

Gli spazi *enablers* di una sola transizione sono i seguenti:

R1, R2, R3, $S1_a$, $S1_b$, S3, Risultato, M0, M1, M3, copy_M0, copy_M1, copy_M3, FreeChoice

il sistema precedente diventa:

- m[S0] + m[S2$_a$] = 1
- m[S0] + m[S2$_\mathrm{b}$] = 1
- m[R0] = 1
- m[M2] = 1
- m[copy_M2] = 1
- m[S2$_\mathrm{b}$] + m[P0] + m[P1] = 1
- m[S2$_\mathrm{a}$] + m[P0] + m[P1] = 1

Dati i marking in R0 e M2 e copy_M2, per far sì che */Inizio_Servizio/_R*, Attesa_Elaborazione, *copy_/Attesa_Elaborazione/*, */Fine_Servizio/$_s$* e */Inizio_Servizio/$_s$* non vengano abilitati:

- m[P0] = 0
- m[Risultato] = 0
- m[S2$_a$] + m[S2$_\mathrm{b}$] $\leq$ 1
- m[P1] + m[S0] $\leq$ 1

Il sistema si riduce allo stesso della precedente rete B:

- m[S0] + m[S2$_a$] = 1
- m[S0] + m[S2$_\mathrm{b}$] = 1
- m[S2$_\mathrm{b}$] + m[P1] = 1
- m[S2$_\mathrm{a}$] + m[P1] = 1
- m[S2$_a$] + m[S2$_\mathrm{b}$] $\leq$ 1
- m[P1] + m[S0] $\leq$ 1

e non può essere soddisfatto per la legge di conservazione dei token.

Gli T-invarianti sono i seguenti:

- Inizio_Servizio$_r$ + Azione_Locale + Fine_Servizio$_r$ + T3 + azione_locale$_m$ + Richiesta_Servizio + Attesa_Elaborazione + Reset_M + Scelta$_1$
- Inizio_Servizio$_s$ + Azione_Locale$_\mathrm{sa}$ + Azione_Locale$_\mathrm{sb}$ + Fine_Servizio$_s$ + T3 + azione_locale$_m$ + Richiesta_Servizio + Attesa_Elaborazione + Reset_M + Scelta$_1$

- Inizio_Servizio$_r$ + Azione_Locale + Fine_Servizio$_r$ + T3 + Scelta$_2$ + copy$_a$zione_locale$_m$ + copy_Richiesta_Servizio + copy_Attesa_Elaborazione + copy_Reset$_m$

- Inizio_Servizio$_s$ + Azione_Locale$_{sa}$ + Azione_Locale$_{sb}$ + Fine_Servizio$_s$ + Reset + Scelta$_1$ + copy_azione_locale$_m$ + copy_Richiesta_Servizio + copy_Attesa_Elaborazione + copy_Reset$_m$

Come nella rete B, in assenza di fairness non possiamo rispettare la condizione di liveness e c'è possibilità di starvation.

# 4 Rete D

Due master identici, uno slave di tipo 1 e uno slave di tipo 1 scelti associati ciascuno ad un master diverso.

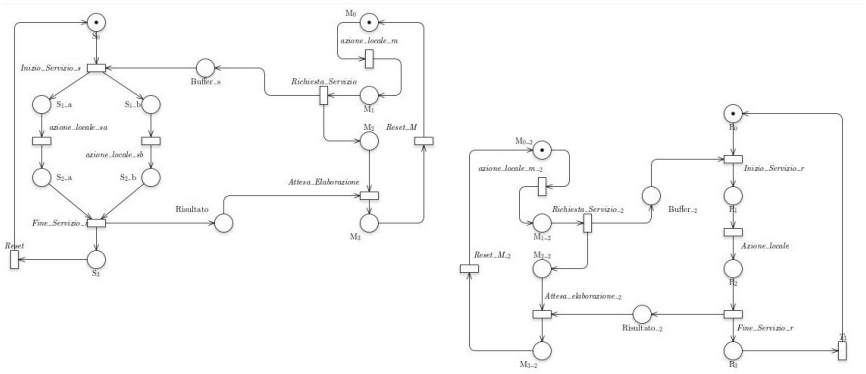



Figure 14: Modello della reteD

## 4.1 P e T invarianti

Tramite GreatSPN possiamo calcolare gli T- e P- semiflussi

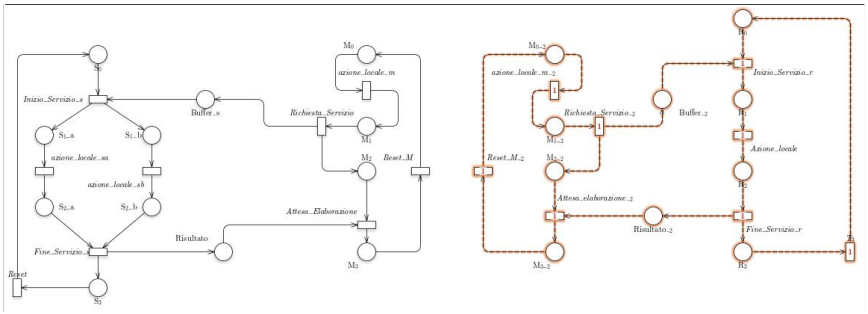



Figure 15: T-semiflows

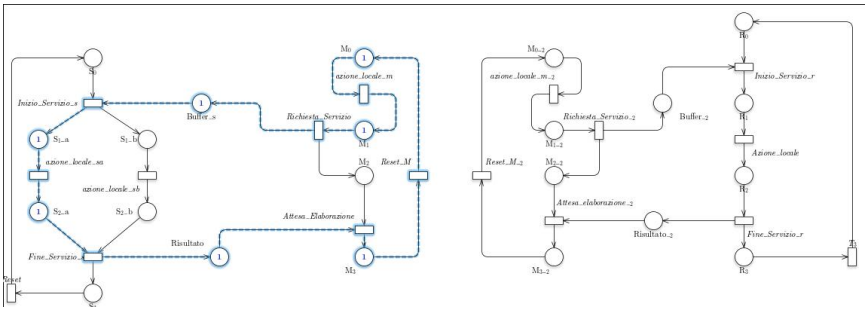



Figure 16: P-semiflows

Gli P-invarianti sono i seguenti:

- S0 + $S1_a$ + $S2_a$ + S3
- S0 + $S1_b$ + $S2_b$ + S3
- R0 + R1 + R2 + R3
- M0 + M1 + M2 + M3
- $S1_a$ + $S2_a$ + M0 + M1 + M3 + $Buffer_s$ + Risultato
- $S1_b$ + $S2_b$ + M0 + M1 + M3 + $Buffer_s$ + Risultato
- $M0_2$ + $M1_2$ + $M3_2$
- R1 + R2 + $M0_2$ + $M1_2$ + $M3_2$ + $Buffer_2$ + $Risultato_2$

Ai fini della dimostrazione dell'assenza di deadlock, possiamo notare che lo slave di tipo 2 è equivalente allo slave di tipo 1 se si applicano due riduzioni alla rete (vengono fusi in un unico posto $S1_a$-$S2_a$ e $S1_b$-$S2_b$, poi eliminata la fork). Inoltre i master sono indipendenti fra di loro e ciascuno rispetta l'assenza di deadlock come già dimostrato nella rete A. Gli T-invarianti sono i seguenti:

- $Inizio\_Servizio_s$ + $azione\_locale_{sa}$ + $azione\_locale_{sb}$ + $Fine\_Servizio_s$ + Reset + $azione\_locale_m$ + Richiesta_Servizio + Attesa_Elaborazione + $Reset_m$
- $Inizio\_Servizio_r$ + Azione_locale + $Fine\_Servizio_r$ + T3 $azione\_locale_{m2}$ + $Richiesta\_Servizio_2$ + $Attesa\_Elaborazione_2$ + $Reset_{m2}$

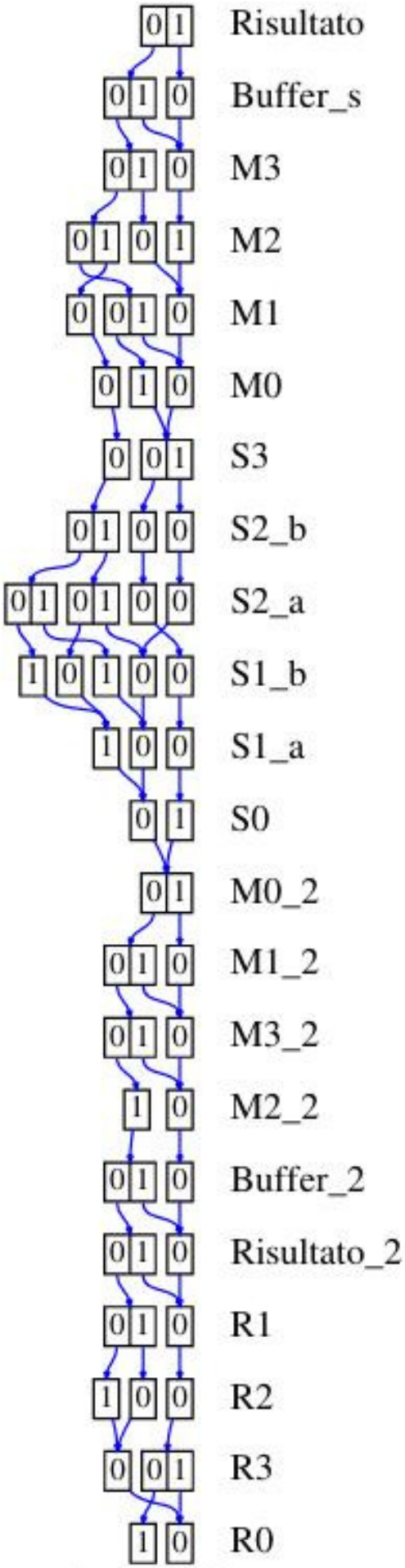
Come nella rete B, in assenza di fairness non possiamo rispettare la condizione di liveness e c'è possibilità di starvation.

## 4.2 Decision Diagram

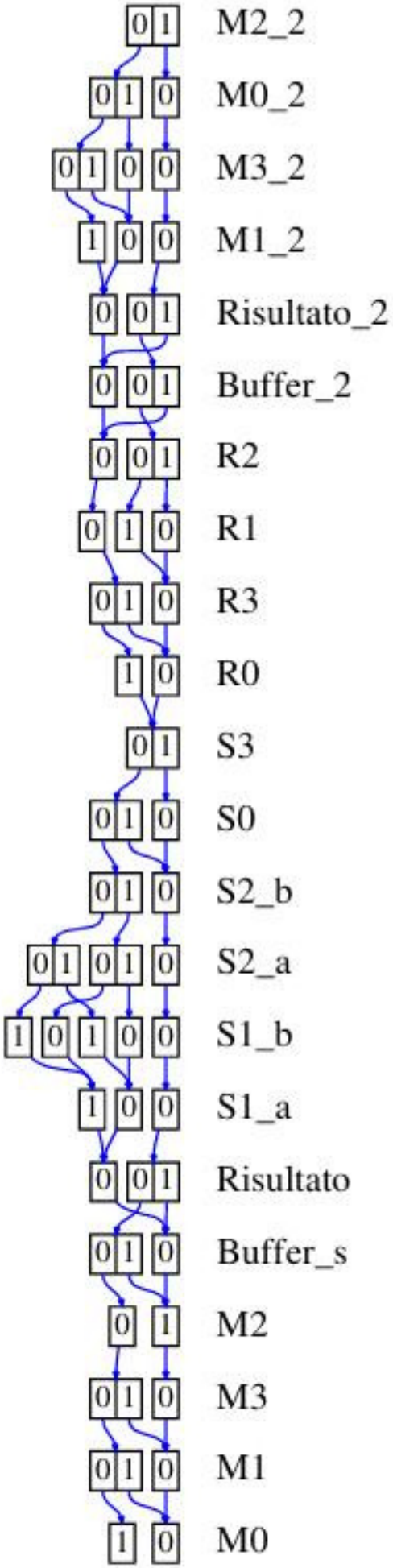
L'efficacia dei decision diagram sulla generazione dello stato degli spazi dipende fortemente dall'ordine delle variabili. Di seguito vengono mostrati i decision diagram usando per le assegnazioni i seguenti algoritmi:

- Sloan: un algoritmo di riduzione della banda di matrici sparse con una buona performance

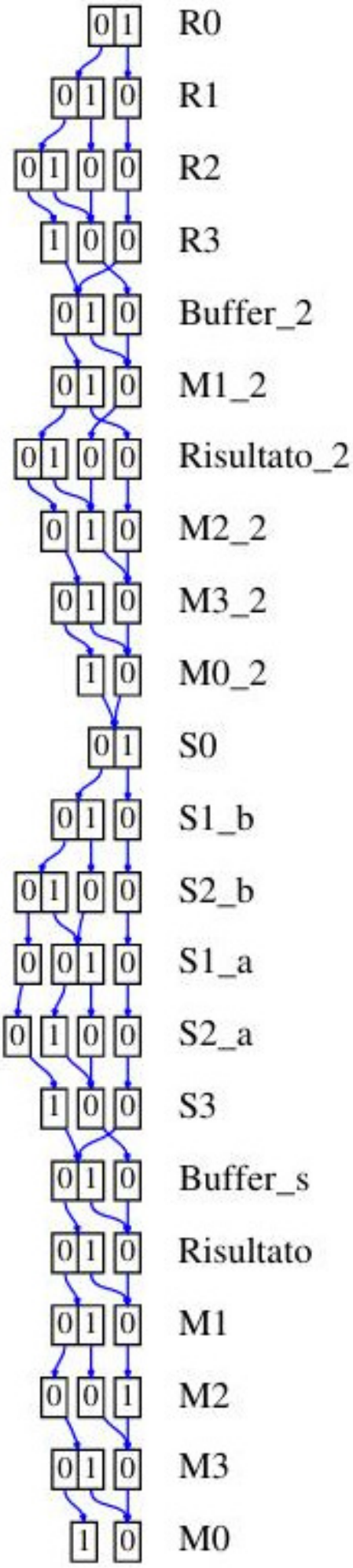
- Cuthill-McKee: un altro algoritmo di riduzione della banda di matrici sparse
- Tovchigrechko e Noack: due algoritmo appositamente ideati per le reti di Petri, anch'essi con una buona performance
- P-chaining: un algoritmo che sfrutta le informazioni strutturali della rete ma ha una bassa performance
- Gradient-P
- Gibbs-Poole-Stockmeier: un altro algoritmo matriciale che nella rete in analisi ha restituito il risultato peggiore



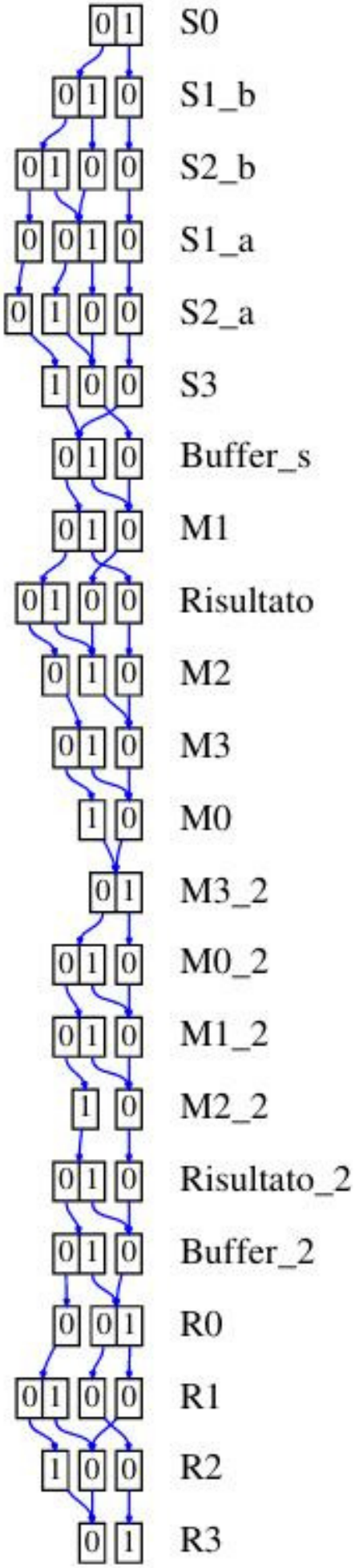

Algoritmo di Sloan



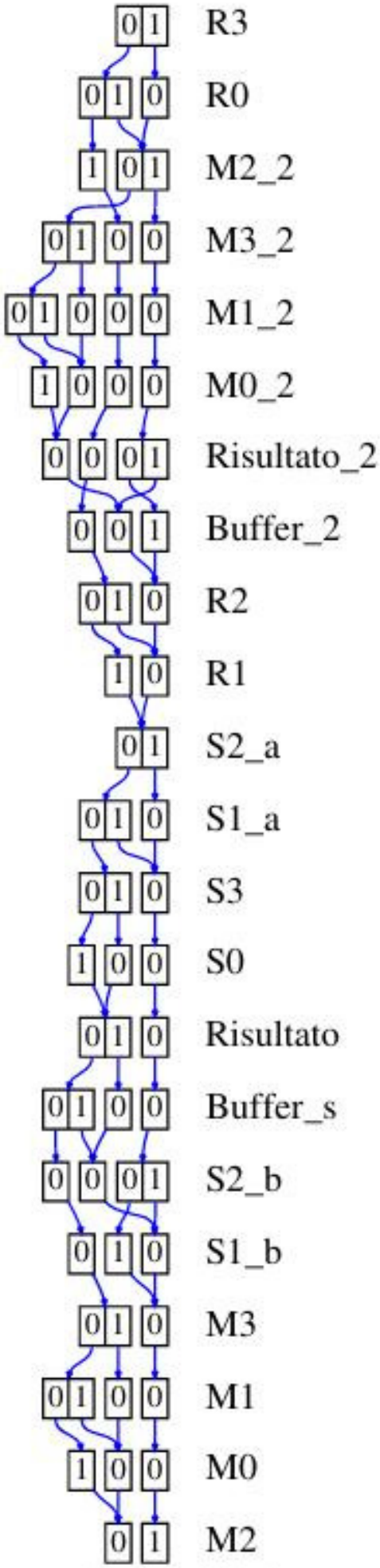

Algoritmo di Cuthull-McKee



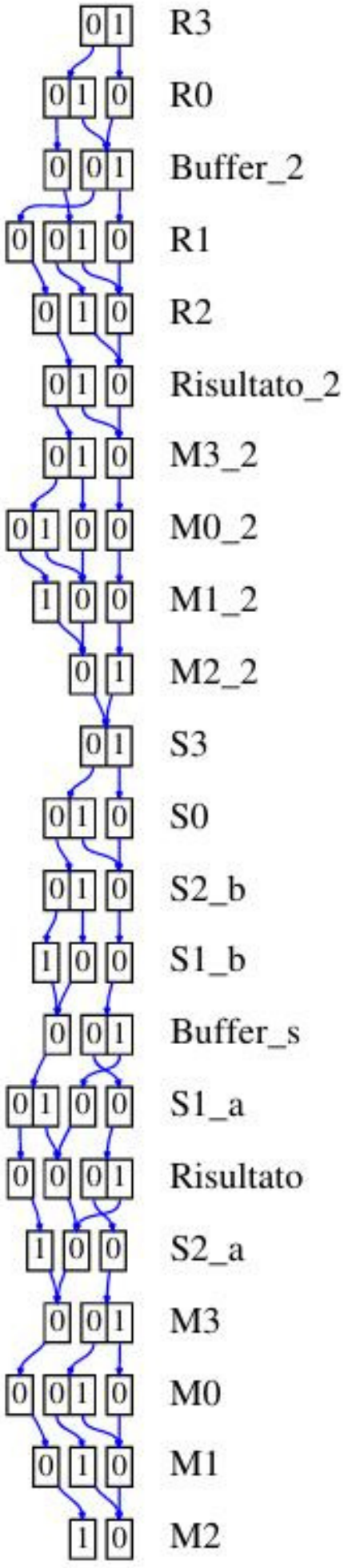

Algoritmo di Tovchigrechko



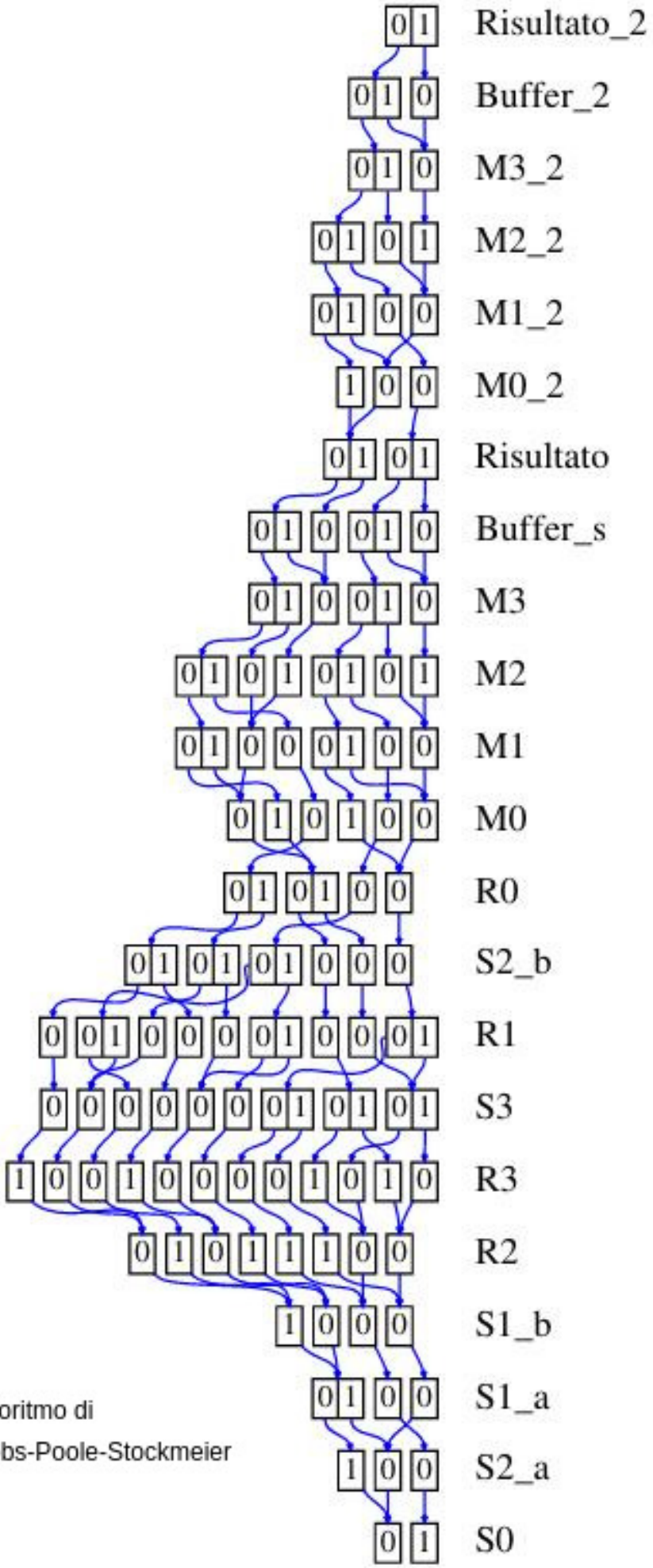

Algoritmo di Noack




Algoritmo P-Chain




Algoritmo Gradient-P




Algoritmo di
Gibbs-Poole-Stockmeier

# Esercizio CPN

Francesco Mecca

May 22, 2020

## 1 Rete E

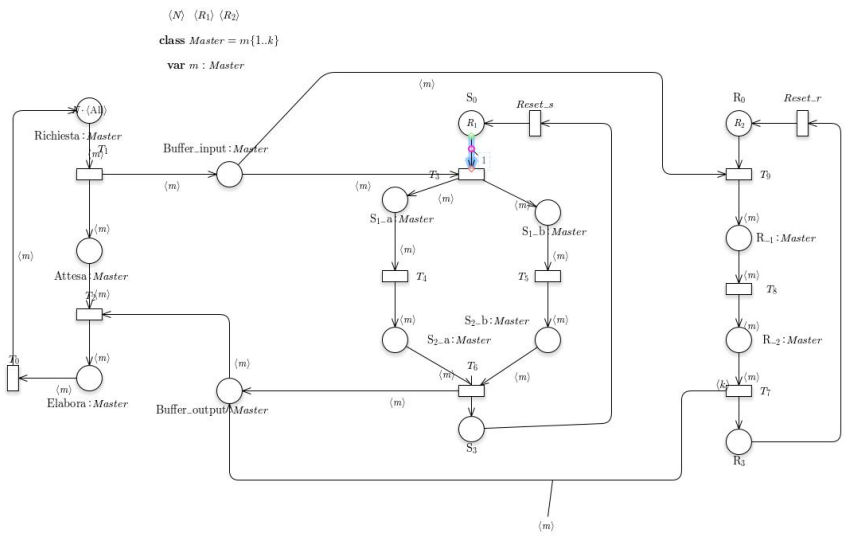



Figure 1: Rete E

I master sono modellati dai posti Richiesta, Attesa e Elabora. Lo slave di tipo 1 è modellato dai posti S0, S1_a, S2_a, S1_a, S1_b e S3. Lo slave di tipo 2 è modellato dai posti R0, R1, R2 e R3. La richiesta agli slave è modellata attraverso due posti: Buffer_Input, Buffer_output.

La classe di colori utilizzata è Master, che permette di distinguere i tre master *m1, m2, m3*, mentre il color domain è $m$ e viene utilizzato in tutte le transizioni dove c'è necessità di distinguere l'origine del marking.

## 1.1 Reachability Graph

Le seguenti tabelle elencano la dimensione dello spazio degli stati al variare del numero di master (N) e di slave (Sn e Rn).

| N | Sn, Rn | Marking RG | Marking SRG |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1024 | 232 |
| 1 | 2 | 4080 | 888 |
| 1 | 3 | 9280 | 2032 |
| 1 | 4 | 16480 | 3616 |
| 2 | 1 | 28480 | 5240 |
| 2 | 2 | 201708 | 35874 |
| 2 | 3 | 678240 | 119488 |
| 3 | 1 | 310400 | 54080 |
| 3 | 2 | 3151680 | 538380 |

L'utilizzo del Symbolic Reachability Graph permette di ridurre il numero di marking di un fattore >4 .

## 1.2 Reachability Graph al variare delle classi di colore

| k | Marking RG | Marking SRG |
|---|---|---|
| 3 | 1024 | 232 |
| 4 | 5632 | 460 |
| 5 | 29696 | 804 |
| 6 | 151552 | 1288 |
| 7 | 753664 | 1936 |
| 8 | 3670016 | 2772 |
| 9 | 17563648 | 3820 |
| 10 | 82837504 | 5104 |

La tabella mostra l'aumentare dei marking del Reachability Graph all'aumentare delle classi di colore. Benché la crescita dello spazio degli stati sia lineare in entrambi i casi, notiamo come lo spazio del SRG sia notevolmente più contenuto dello spazio del RG. Inoltre, il rapporto marking RG/SRG (dello stato degli spazi) aumenta proporzionalmente al valore di k.

A conferma di quanto espresso, notiamo che anche con valori di marcatura iniziale maggiore per il master e gli slave, notiamo lo stesso effetto sul rapporto di marking RG/SRG (limitatamente alle possibilità di calcolo).

| N, Sn, Rn | k | Marking RG | Marking SRG |
|---|---|---|---|
| 2, 2, 2 | 3 | 201708 | 35874 |
| 2, 2, 2 | 4 | 4190624 | 203136 |
| 2, 2, 2 | 5 | 78523200 | 875478 |

### 1.3 Considerazioni su Fork/Join

Non può avvenire un join fra due processi con diverso padre quando:

- N = 1: sullo stesso spazio non può essere presente più di un token con lo stesso colore
- Sn = 1: in questo secondo caso, come nei precedenti esercizi, avviene un solo fork alla volta.

Di seguito viene mostrata un'esecuzione in cui è possibile che avvenga il join di due processi con lo diverso padre:

- con N > 1 consideriamo che nella rete vi siano al momento iniziale due token dello stesso colore "m0"
- entrambi i token vengono inseriti nel Buffer_input e in seguito inviati allo slave di tipo 1.
- quando Sn > 1 uno dei due token può eseguire lo scatto attraverso la transizione T3 prima che l'altro token arrivi alla transizione T6 (in cui avviene il join).

# 2 Rete F

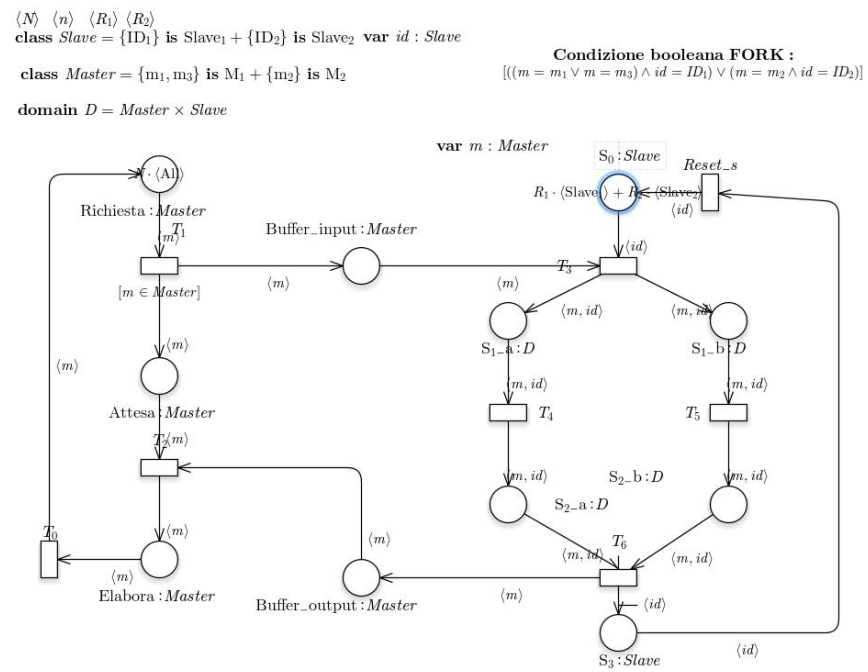



Figure 2: Rete F

I master sono modellati dai posti Richiesta, Attesa e Elabora. Gli slave di tipo 1 sono modellato dai posti S0, S1_a, S2_a, S1_a, S1_b e S3. La richiesta agli slave è modellata attraverso due posti: Buffer_Input, Buffer_output.

Nella rete sono presenti due classi di colore:

- Master, che permette di distinguere i diversi master *m1, m2, m3*
- Slave, che permette di distinguere i due slaves *ID1* e *ID2*

La classe Slave è divisa in due sottoclassi, Slave1 e Slave2, per facilitare in seguito la parametrizzazione degli slaves. Anche la classe Master è divisa in due sottoclassi utilizzate nell'espressione booleane della transizione Fork. Il *dominio D = Master×Slave* è utilizzato per la multiplicity degli archi fra fork e join, in modo da tener traccia delle richieste effettuate.

## 2.1 Reachability Graph

Le seguenti tabelle elencano la dimensione dello spazio degli stati al variare del numero di master (N) e di slave (Sn e Rn).

| N | R1, R2 | Marking RG | Marking SRG |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 768 | 432 |
| 1 | 2 | 2560 | 1440 |
| 1 | 3 | 5376 | 3024 |
| 1 | 4 | 5184 | 9216 |
| 2 | 1 | 18720 | 9720 |
| 2 | 2 | 97696 | 50481 |
| 2 | 3 | 267120 | 137376 |
| 3 | 1 | 192000 | 97600 |
| 3 | 2 | 1309440 | 663520 |

Rispetto alla precedente rete, il rapporto stato degli spazi di RG/SRG è minore.

## 2.2 Reachability Graph al variare delle classi di colore

La seguente tabella mostra l'incremento dello spazio degli stati all'aumentare degli elementi della classe di color Master. Come nella precedente rete, il rapporto marking RG/SRG aumenta proporzionalmente alla cardinalità della classe.

| \|M1\| | \|M2\| | Marking RG | Marking SRG |
|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 768 | 432 |
| 3 | 1 | 3840 | 960 |
| 2 | 2 | 4096 | 1296 |
| 3 | 2 | 20480 | 2880 |
| 3 | 3 | 102400 | 6400 |
| 4 | 3 | 491520 | 12000 |
| 4 | 4 | 2359296 | 22500 |
| 5 | 4 | 11010048 | 37800 |
| 5 | 5 | 51380224 | 63504 |

Nella seguente tabella viene evidenziato l'incremento dello stato degli spazi all'aumentare degli elementi della classe di colore Slave.

| \|Slave1\| | \|Slave2\| | Marking RG | Marking SRG |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 768 | 432 |
| 1 | 2 | 2048 | 720 |
| 2 | 1 | 2688 | 864 |
| 2 | 2 | 7168 | 1440 |
| 2 | 3 | 17920 | 2016 |
| 3 | 2 | 22528 | 2160 |
| 3 | 3 | 56320 | 3024 |
| 3 | 4 | 135168 | 3888 |
| 4 | 3 | 163840 | 4032 |
| 4 | 4 | 393216 | 5184 |
| 4 | 5 | 917504 | 6336 |
| 5 | 4 | 1081344 | 6480 |
| 5 | 5 | 2523136 | 7920 |

Notiamo che l'alta cardinalità della classe Slave abbia avuto un impatto minore sulla dimensione del RG rispetto alla classe master. Il rapporto RG/SRG segue quanto detto finora ed è il più grande fra tutte le reti analizzate.

## 2.3 Considerazioni su Fork/Join

Posso fare le stesse considerazioni che nella rete precedente (rete E), tenendo in considerazione che avendo due diverse tipologie di slave, un join fra due processi con padre diverso avverrà solo quando

$$(R_1 > 1 \vee R_2 > 1) \wedge N > 1$$

# Esercizio di analisi degli algoritmi di mutua esclusione

Francesco Mecca

May 22, 2020

## 1 Proprietà del modello

Ogni modello successivamente mostrato rispetta le seguenti proprietà: siano $p$ e $q$ due generici processi,

1. Mutua esclusione: garantisce che al più un solo processo è nella sezione critica ad ogni istante. È una proprietà di safety.

$$\mathrm{G}\ (\neg \mathrm{c}_p \vee \neg \mathrm{c}_\mathrm{q})$$

2. Assenza di deadlock: ogni qualvolta un processo è in attesa di entrare nella sezione critica, eventualmente verrà concesso ad un processo di entrare nella sezione critica. È una proprietà di liveness.

$$\mathrm{G}((\mathrm{w}_p \vee \mathrm{w}_\mathrm{q}) \rightarrow \mathrm{F}(\mathrm{c}_p \vee \mathrm{c}_\mathrm{q}))$$

3. Assenza di starvation individuale: ogni qualvolta un processo è in attesa di entrare nella sezione critica, eventualmente gli verrà concesso.

$$\mathrm{G}(\mathrm{w}_p \rightarrow \mathrm{Fc}_p)$$

   Rispetto all'assenza di deadlock, è una proprietà di liveness ancora più forte della precedente.

$$\forall \mathrm{p},\ \mathrm{G}(\mathrm{w}_p \rightarrow \mathrm{F}\mathrm{c}_p)$$

Possiamo convertire queste tre formule LTL in formule equivalenti CTL anteponendo l'operatore di stato A:

$$\mathrm{AG}\ (\neg \mathrm{c}_p \vee \neg \mathrm{c}_\mathrm{q})$$
$$\mathrm{AG}(\mathrm{w}_p \rightarrow \mathrm{AF}(\mathrm{c}_p \vee \mathrm{c}_\mathrm{q})$$
$$\mathrm{AG}(\mathrm{w}_p \rightarrow \mathrm{AF}\mathrm{c}_p)$$

Benché non tutte le formule LTL possono essere convertite in una formula CTL equivalente anteponendo ad ogni operatore temporale l'operatore di stato A, per queste tre proprietà possiamo.

Si specifica che i processi non sono forzati a progredire al di fuori della regione critica (possono rimanere per un tempo indeterminato nella sezione *azione locale* $l_p$) e quindi:

$$\mathrm{G}((\mathrm{w}_p \vee \mathrm{w}_\mathrm{q}) \rightarrow \mathrm{F}(\mathrm{c}_p \vee \mathrm{c}_\mathrm{q}) = \mathrm{false} \rightarrow \mathrm{G}((\mathrm{l}_p \vee \mathrm{l}_\mathrm{q}) \rightarrow \mathrm{F}(\mathrm{c}_p \vee \mathrm{c}_\mathrm{q})$$
$$\mathrm{G}((\mathrm{l}_p \vee \mathrm{l}_\mathrm{q}) \rightarrow \mathrm{F}(\mathrm{c}_p \vee \mathrm{c}_\mathrm{q}) = \mathrm{true} \rightarrow \mathrm{G}((\mathrm{w}_p \vee \mathrm{w}_\mathrm{q}) \rightarrow \mathrm{F}(\mathrm{c}_p \vee \mathrm{c}_\mathrm{q})$$

# 2 Algoritmo 3.2

Due processi iterano all'infinito seguendo questo pseudocodice

```
while true:
      non-critical section
      await turn = ID
      critical section
      turn <- (ID%2)+1
```

## 2.1 NuSMV

Si è deciso di modellare l'algoritmo usando per ognuno dei due processi un'enumerazione di 4 stati ed una variabile turno di tipo intero.

$$\text{state: } \{\text{begin, wait, critical, done}\};$$

```
MODULE main
VAR
  turn: 1 .. 2;
  p: proc(turn, 1);
  q: proc(turn, 2);
ASSIGN
    init(turn) := 1;
    next(turn) :=
              case
                   q.state = done: 1;
                   p.state = done: 2;
                   TRUE: turn;
              esac;

CTLSPEC -- no mutual exclusion
  AG (p.state != critical | q.state != critical)

CTLSPEC -- no deadlock
  AG ((p.state = wait | q.state = wait) -> AF (p.state = critical |
      q.state = critical))

CTLSPEC -- no individual starvation
  AG (p.state = wait -> AF p.state = critical)
CTLSPEC
  AG (q.state = wait -> AF q.state = critical)
CTLSPEC
  AG (q.state = wait -> EF q.state = critical)


LTLSPEC -- no mutual exclusion
  G (p.state != critical | q.state != critical)
LTLSPEC -- no deadlock
  G ((p.state = wait | q.state = wait) -> F (p.state = critical | q.
      state = critical))
LTLSPEC -- no individual starvation
  G (p.state = wait -> F p.state = critical)
```

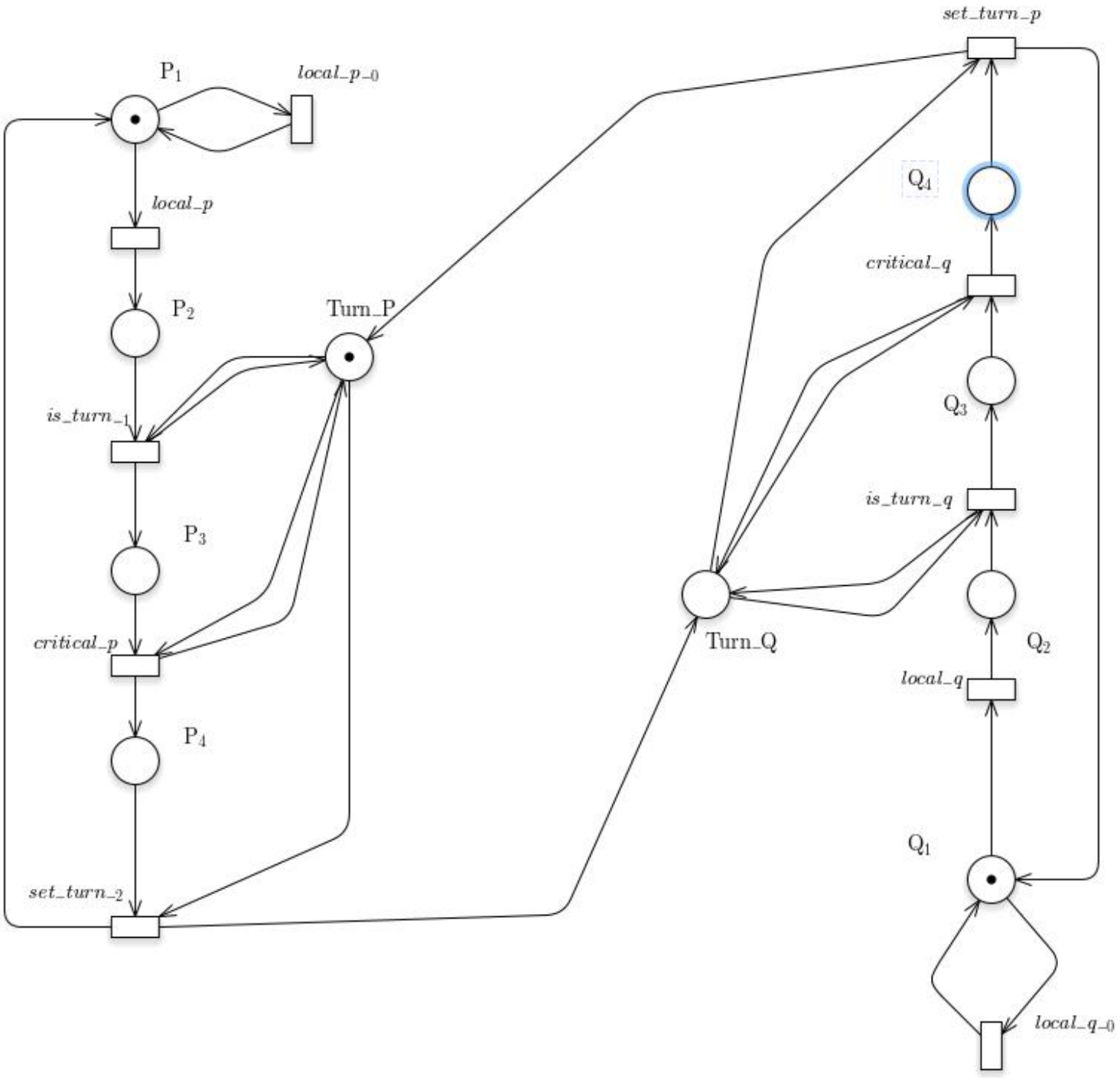
```
LTLSPEC
  G (q.state = wait -> F q.state = critical)

MODULE proc(turn, id) -- Model a process taking turn
VAR
    state: {begin, wait, critical, done};
ASSIGN
    init(state) := begin;
    next(state) :=
                case
                    state = begin: {begin, wait};
                    state = wait & turn = id: critical;
                    state = critical: done;
                    state = done: begin;
                    TRUE: state;
                esac;
```

---

## 2.2 GreatSPN

Il codice utilizzato per le proprietà CTL è il seguente:

```
AG(!(#P3 == 1) || !(#P4 == 1))
AG ((#P1==1 || #Q1 == 1) -> AF (#P3 == 1 || #Q3 == 1))
AG (#P1==1 -> AF (#P3 == 1))
AG (#Q1==1 -> AF (#Q3 == 1))
AG (#Q1==1 -> EF (#Q3 == 1))
```


set_turn_p
P1
local_p_0
local_p
Q4
critical_q
P2
Turn_P
is_turn_1
Q3
is_turn_q
P3
Turn_Q
Q2
critical_p
local_q
P4
Q1
set_turn_2
local_q_0

## 2.3 Algebra dei processi

Riportiamo il modello dell'algoritmo 3.2 secondo l'algebra dei processi CSP.

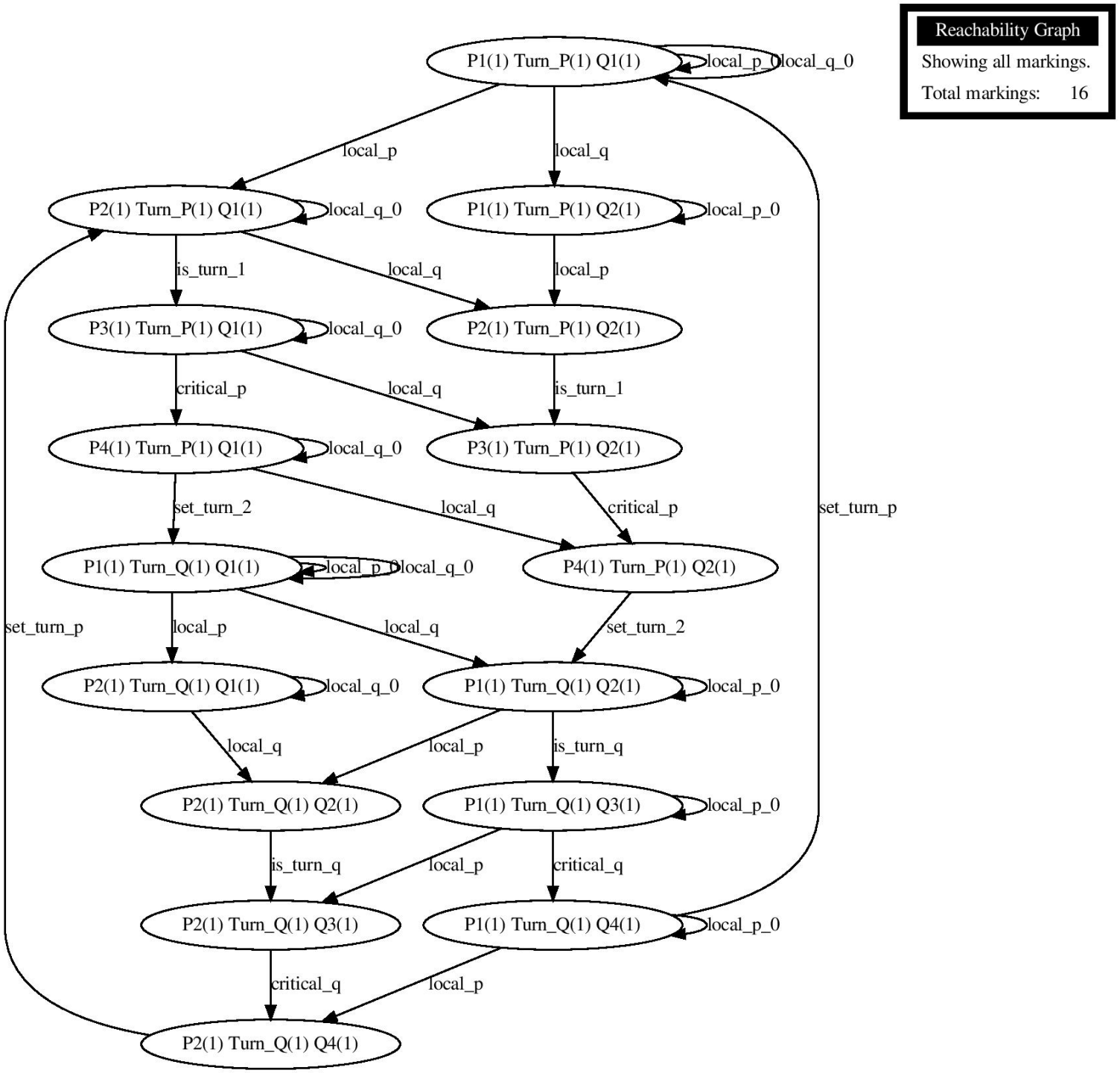
$$\text{System} = \{(\text{P}_1 \parallel \text{Q}_1) \parallel \text{T}_p\} \;/\; \text{Sync}$$
$$\text{S} = \{\text{local}_p, \text{local}_\text{q}, \text{critical}_p, \text{critical}_\text{q}\}$$
$$\text{Sync} = \{\text{is}_p, \text{is}_\text{q}, \text{set}_p, \text{set}_\text{q}\}$$

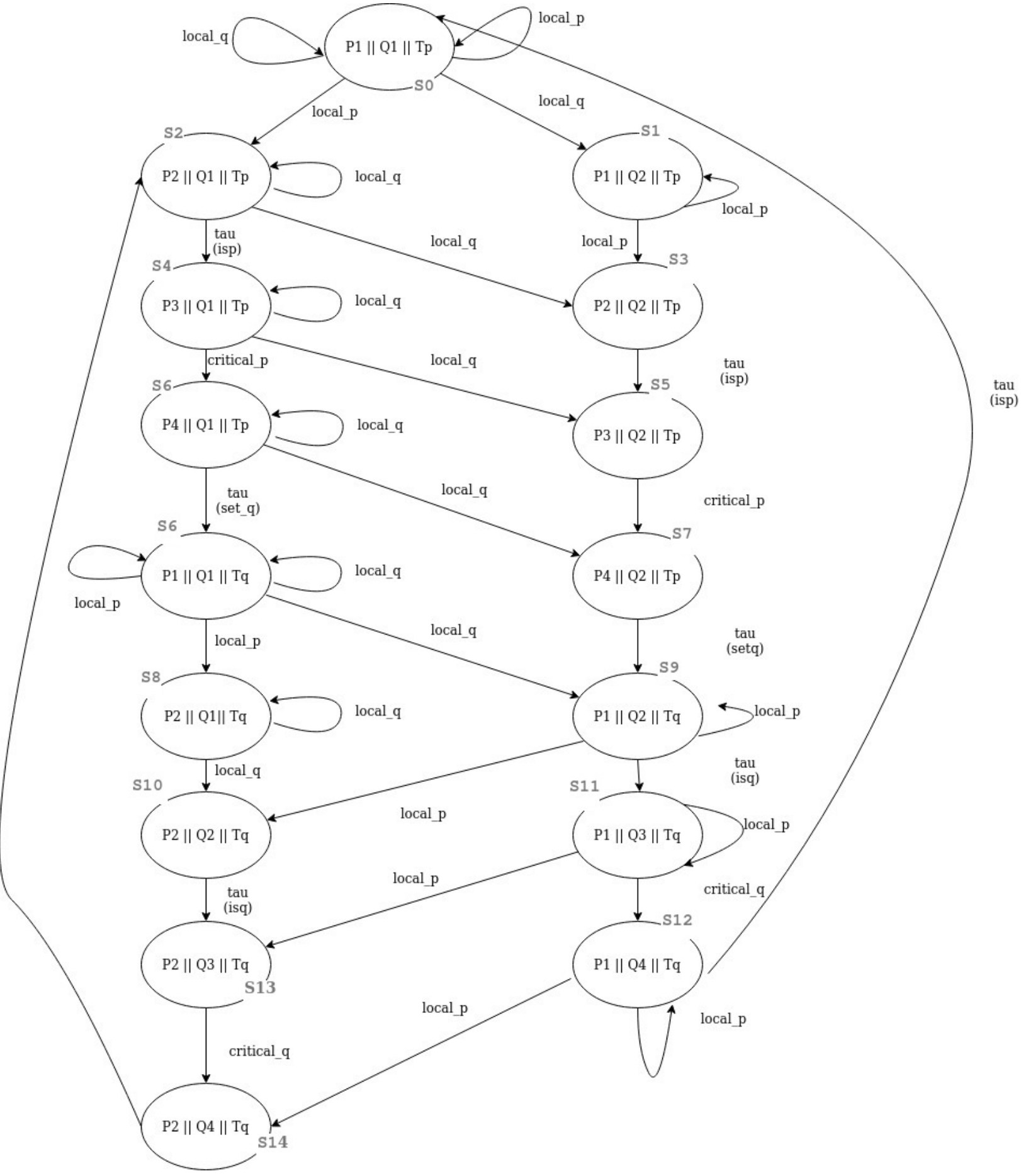
$$\text{T}_p ::= \text{is}_p.\text{T}_p + \text{set}_p.\text{T}_p + \text{set}_\text{q}.\text{T}_\text{q}$$
$$\text{T}_\text{q} ::= \text{is}_\text{q}.\text{T}_\text{q} + \text{set}_p.\text{T}_p + \text{set}_\text{q}.\text{T}_\text{q}$$

$$\text{P}_1 ::= \text{local}_p.\text{P}_2 + \text{local}_p.\text{P}_1$$
$$\text{P}_2 ::= \text{is}_p.\text{P}_3$$
$$\text{P}_3 ::= \text{critical}_p.\text{P}_4$$
$$\text{P}_4 ::= \text{set}_\text{q}.\text{P}_1$$

$$\text{Q}_1 ::= \text{local}_\text{q}.\text{Q}_2 + \text{local}_\text{q}.\text{Q}_1$$
$$\text{Q}_2 ::= \text{is}_\text{q}.\text{Q}_3$$
$$\text{Q}_3 ::= \text{critical}_\text{q}.\text{Q}_4$$
$$\text{Q}_4 ::= \text{set}_\text{p}.\text{Q}_1$$

Seguono il Reachability Graph costruito con GreatSPN e il Derivation Graph.


Reachability Graph
Showing all markings.
Total markings: 16
P1(1) Turn_P(1) Q1(1)
local_p_0
local_q_0
local_p
local_q
P2(1) Turn_P(1) Q1(1)
local_q_0
P1(1) Turn_P(1) Q2(1)
local_p_0
is_turn_1
local_q
local_p
P3(1) Turn_P(1) Q1(1)
local_q_0
P2(1) Turn_P(1) Q2(1)
critical_p
local_q
is_turn_1
P4(1) Turn_P(1) Q1(1)
local_q_0
P3(1) Turn_P(1) Q2(1)
set_turn_2
local_q
critical_p
set_turn_p
P1(1) Turn_Q(1) Q1(1)
local_p_0
local_q_0
P4(1) Turn_P(1) Q2(1)
set_turn_p
local_p
local_q
set_turn_2
P2(1) Turn_Q(1) Q1(1)
local_q_0
P1(1) Turn_Q(1) Q2(1)
local_p_0
local_q
local_p
is_turn_q
P2(1) Turn_Q(1) Q2(1)
P1(1) Turn_Q(1) Q3(1)
local_p_0
is_turn_q
local_p
critical_q
P2(1) Turn_Q(1) Q3(1)
P1(1) Turn_Q(1) Q4(1)
local_p_0
critical_q
local_p
P2(1) Turn_Q(1) Q4(1)


P1 || Q1 || Tp
S0
local_q
local_p
local_p
local_q
S2
P2 || Q1 || Tp
local_q
S1
P1 || Q2 || Tp
local_p
tau
(isp)
local_q
local_p
S4
P3 || Q1 || Tp
local_q
S3
P2 || Q2 || Tp
critical_p
local_q
tau
(isp)
S6
P4 || Q1 || Tp
local_q
S5
P3 || Q2 || Tp
tau
(isp)
tau
(set_q)
local_q
critical_p
S6
P1 || Q1 || Tq
local_q
S7
P4 || Q2 || Tp
local_p
local_p
local_q
tau
(setq)
S8
P2 || Q1|| Tq
local_q
S9
P1 || Q2 || Tq
local_p
local_q
tau
(isq)
S10
P2 || Q2 || Tq
local_p
S11
P1 || Q3 || Tq
local_p
local_p
critical_q
tau
(isq)
S12
P2 || Q3 || Tq
S13
P1 || Q4 || Tq
local_p
local_p
critical_q
P2 || Q4 || Tq
S14

## 2.4 Risultati

Nella tabella mostriamo i risultati ottenuti

| | NuSMV | GreatSPN |
|---|---|---|
| Mutua Esclusione | True | True |
| Assenza di deadlock | False | False |
| No Starvation | False | False |

Il risultato della possibilità di deadlock non deve stupire: la specifica non obbliga un processo a terminare la fase begin. Ne segue che anche l'assenza di starvation individuale non è garantita. NuSMV conferma quanto detto mostrandoci un trace che fa da controesempio alla formula CTL:

```
-- specification AG (p.state = wait -> AF (p.state = critical | q.state = critical))  i
-- as demonstrated by the following execution sequence
Trace Description: CTL Counterexample
Trace Type: Counterexample
  -> State: 1.1 <-
    turn = 1
    p.state = begin
    q.state = begin
  -> Input: 1.2 <-
    _process_selector_ = p
    running = FALSE
    q.running = FALSE
    p.running = TRUE
  -> State: 1.2 <-
    p.state = wait
  -> Input: 1.3 <-
  -> State: 1.3 <-
    p.state = critical
  -> Input: 1.4 <-
  -> State: 1.4 <-
    p.state = done
```

```
-> Input: 1.5 <-
-> State: 1.5 <-
  turn = 2
  p.state = begin
-> Input: 1.6 <-
-- Loop starts here
-> State: 1.6 <-
  p.state = wait
-> Input: 1.7 <-
  _process_selector_ = q
  q.running = TRUE
  p.running = FALSE
-- Loop starts here
-> State: 1.7 <-
-> Input: 1.8 <-
  _process_selector_ = p
  q.running = FALSE
  p.running = TRUE
-- Loop starts here
-> State: 1.8 <-
-> Input: 1.9 <-
  _process_selector_ = main
  running = TRUE
  p.running = FALSE
-> State: 1.9 <-
```

Si vede che il processo q rimane nella fase begin e p, dopo essere entrato nella regione critica una volta, rimane bloccato in begin. Lo stesso trace mostra la possibilità di starvation del processo. La rete modellata con GreatSPN ci conferma quanto visto con NuSMV. Inoltre il trace di GreatSPN ci mostra che non potendo forzare la fairness del modello, i processi possono iterare indefinitamente nella transizione iniziale, impedendo quindi il pro-

gresso dell'altro processo.

```
Initial state is: P1(1), Turn_P(1), Q1(1)
Initial state satisfies: E F (not ((not (Q1 = 1)) or (not E G (not (Q3 = 1))))).

1: P1(1), Turn_P(1), Q1(1)
  State 1. does not satisfy: ((not (Q1 = 1)) or (not E G (not (Q3 = 1)))).

  1.1: P1(1), Turn_P(1), Q1(1)
    State 1.1.L. satisfies: (Q1 = 1).

    State 1.1.R. satisfies: E G (not (Q3 = 1)). Start of loop.

    1.1.R.1: P1(1), Turn_P(1), Q1(1)
      State 1.1.R.1. does not satisfy: (Q3 = 1).

    1.1.R.2: loop back to state 1.1.R.1.
```

Prendiamo in considerazione la seguente formula CTL

$$\text{AG } (\text{w}_p \text{ -> EF } \text{c}_p)$$

Sia GreatSPN che NuSMV ci mostrano che il sistema modellato rispetta questa proprietà. Questo significa che un processo in attesa di entrare nella sezione critica ha la possibilità di compiere progresso, ma solo nel caso in cui, come si intuisce dal controesempio precedente, l'altro processo decida di entrare in attesa a sua volta.

# 3 Algoritmo 3.5

Due processi iterano all'infinito seguendo questo pseudocodice

```
while true:
   await turn = ID
   turn <- (ID%2)+1
```

## 3.1 NuSMV

Si è deciso di modellare l'algoritmo usando per ognuno dei due processi un'enumerazione di due stati e un contatore di turni intero

state: {await, done};

---

```
MODULE main
VAR
    turn: 1..2;
    p: proc(turn, 1);
    q: proc(turn, 2);
ASSIGN
    init(turn) := 1;
    next(turn) := case
                    p.state = done: 2;
                    q.state = done: 1;
                    TRUE: turn;
                  esac;

CTLSPEC -- no mutual exclusion
  AG (p.state != done | q.state != done)

CTLSPEC -- no deadlock
  AG ((p.state = await | q.state = await) -> AF (p.state = done | q.
      state = done))

CTLSPEC -- no individual starvation
  AG (p.state = await -> AF p.state = done)
CTLSPEC
  AG (q.state = await -> AF q.state = done)

CTLSPEC -- prova: path senza starvation
  AG (q.state = await -> EF q.state = done)
```

```
LTLSPEC -- no mutual exclusion
  G (p.state != done | q.state != done)
LTLSPEC -- no deadlock
  G ((p.state = await | q.state = await) -> F (p.state = done | q.
      state = done))
LTLSPEC -- no individual starvation
  G (p.state = await -> F p.state = done)
LTLSPEC
  G (q.state = await -> F q.state = done)
```

```
MODULE proc(turn, id)
VAR
    state: {await, done};
ASSIGN
    init(state) := await;
    next(state) := case
                    turn = id: {await, done};
                    state = await: await;
                    state = done: await;
                   esac;
```

---

## 3.2 GreatSPN

Il codice utilizzato per le proprietà CTL è il seguente:

```
AG(!(#Await_P == 1) || !(#Await_Q == 1)) = true
AG ((#Wait_P==1 || #Await_Q == 1) -> AF (#Done_P == 1 || #Done_Q == 1)) = false
AG (#Await_P==1 -> AF (#Done_P == 1)) = false
```

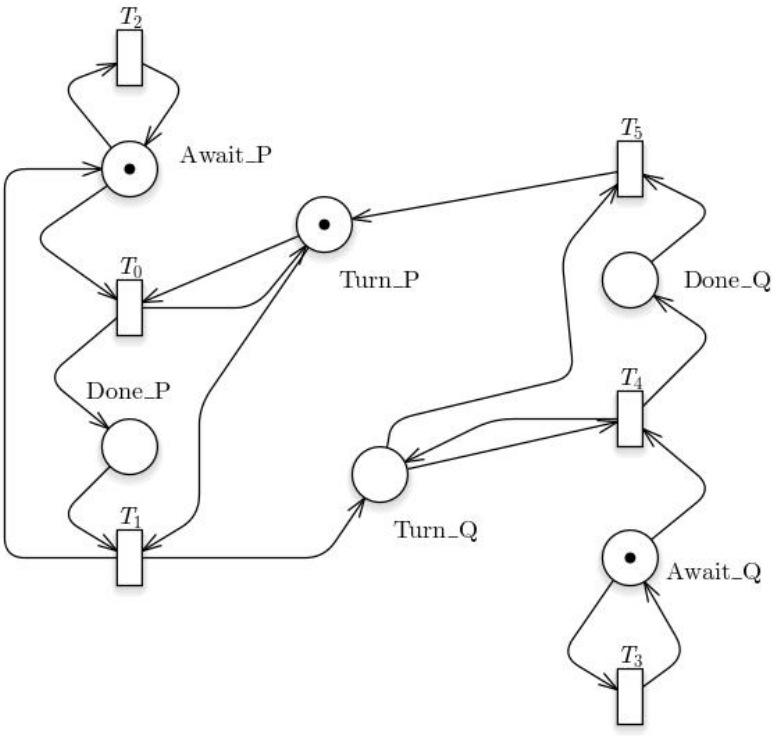



Figure 1: Rete 3.5

## 3.3 Risultati

Nella tabella mostriamo i risultati ottenuti

| | NuSMV | GreatSPN |
|---|---|---|
| Mutua Esclusione | true | true |
| Assenza di deadlock | false | false |
| No Starvation | false | false |

I risultati confermano il fatto che questo algoritmo è solamente una versione semplificata del precedente (*begin* e *wait* sono stati fusi in await e *done* rimosso) e pertanto il trace di controesempio fornito da NuSMV e da GreatSPN presentano riflettono i risultati di questa semplificazione.

- Possibilità di deadlock:

```
- specification AG ((p.state = await | q.state = await) -> AF (p.state = done | q
- as demonstrated by the following execution sequence
Trace Description: CTL Counterexample
Trace Type: Counterexample
- Loop starts here
-> State: 1.1 <-
    turn = 1
    p.state = await
    q.state = await
-> State: 1.2 <-
```

- Possibilità di starvation: i processi non compiono progresso iterando infinite volte su *await*.

```
- specification AG (p.state = await -> AF p.state = done)  is false
- as demonstrated by the following execution sequence
Trace Description: CTL Counterexample
Trace Type: Counterexample
- Loop starts here
-> State: 2.1 <-
    turn = 1
    p.state = await
```

```
    q.state = await
-> State: 2.2 <-

- specification AG (q.state = await -> AF q.state = done)  is false
- as demonstrated by the following execution sequence
Trace Description: CTL Counterexample
Trace Type: Counterexample
- Loop starts here
-> State: 3.1 <-
    turn = 1
    p.state = await
    q.state = await
-> State: 3.2 <-
- specification AG (q.state = await -> EF q.state = done)  is true
```

- Possibilità di compiere progresso:

```
specification AG (q.state = await -> EF q.state = done)  is true
```

# 4 Algoritmo 3.6

Due processi iterano all'infinito seguendo questo pseudocodice

```
while true:
    non-critical section
    await wantQ = false
    wantP <- true
    critical section
    wantP <- false
```

## 4.1 NuSMV

Si è deciso di modellare l'algoritmo usando per ognuno dei due processi usando 5 stati

state: {local, await, critical, setTrue, setFalse};

---

```
MODULE main
VAR
    wantP: boolean;
    wantQ: boolean;
    p: process proc(wantP, wantQ);
    q: process proc(wantQ, wantP);
ASSIGN
    init(wantP) := FALSE;
    init(wantQ) := FALSE;

CTLSPEC -- no mutual exclusion
  AG (p.state != critical | q.state != critical)

CTLSPEC -- no deadlock
  AG ((p.state = await | q.state = await) -> AF (p.state = critical
      | q.state = critical))

CTLSPEC -- no individual starvation
  AG (p.state = await -> AF p.state = critical)
CTLSPEC
  AG (q.state = await -> AF q.state = critical)

CTLSPEC -- prova: path senza starvation
  AG (q.state = await -> EF q.state = critical)



LTLSPEC -- no mutual exclusion
  G (p.state != critical | q.state != critical)
LTLSPEC -- no deadlock
  G ((p.state = await | q.state = await) -> F (p.state = critical |
      q.state = critical))
LTLSPEC -- no individual starvation
  G (p.state = await -> F p.state = critical)
```

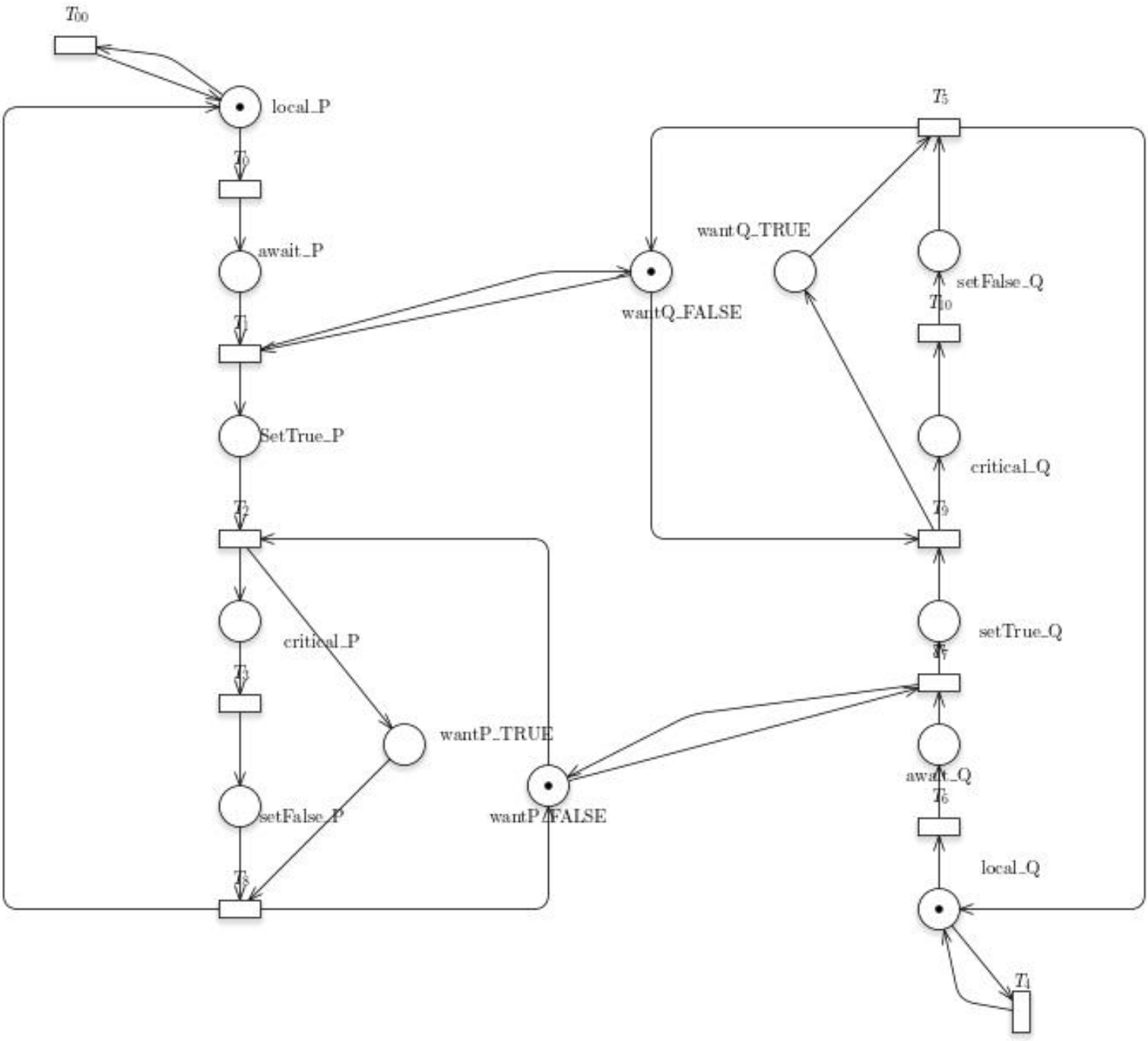
```
LTLSPEC
  G (q.state = await -> F q.state = critical)

MODULE proc(mine, other)
VAR
    state: {local, await, critical, setTrue, setFalse};
ASSIGN
    init(state) := local;
    next(state) := case
                    state = local: {local, await};
                    state = await & other = FALSE: setTrue;
                    state = await: await;
                    state = setTrue: critical;
                    state = critical: setFalse;
                    state = setFalse: local;
                   esac;
    next(mine) := case
                    state = setTrue: TRUE;
                    state = setFalse: FALSE;
                    TRUE: mine;
                   esac;

FAIRNESS
    running
```

---

## 4.2 GreatSPN

Il codice utilizzato per le proprietà CTL è il seguente:

```
AG (!(#P4 == 1) || !(#Q4 == 1))
AG ((#P2==1 || #Q2 == 1) -> AF (#P4 == 1 || #Q4 == 1))
AG (#P1 == 1 -> EF(#Q4==1 || #Q4 == 1))
AG (#P2 == 1 -> AF (#P4 == 1))
AG (#Q2 == 1 -> AF (#Q4 == 1))
```


$T_{00}$
local_P
$T_0$
await_P
$T_1$
SetTrue_P
$T_2$
critical_P
$T_3$
wantP_TRUE
setFalse_P
$T_8$
wantP_FALSE
$T_5$
wantQ_TRUE
wantQ_FALSE
setFalse_Q
$T_{10}$
critical_Q
$T_9$
setTrue_Q
$T_7$
await_Q
$T_6$
local_Q
$T_4$

### 4.3 Algebra dei processi

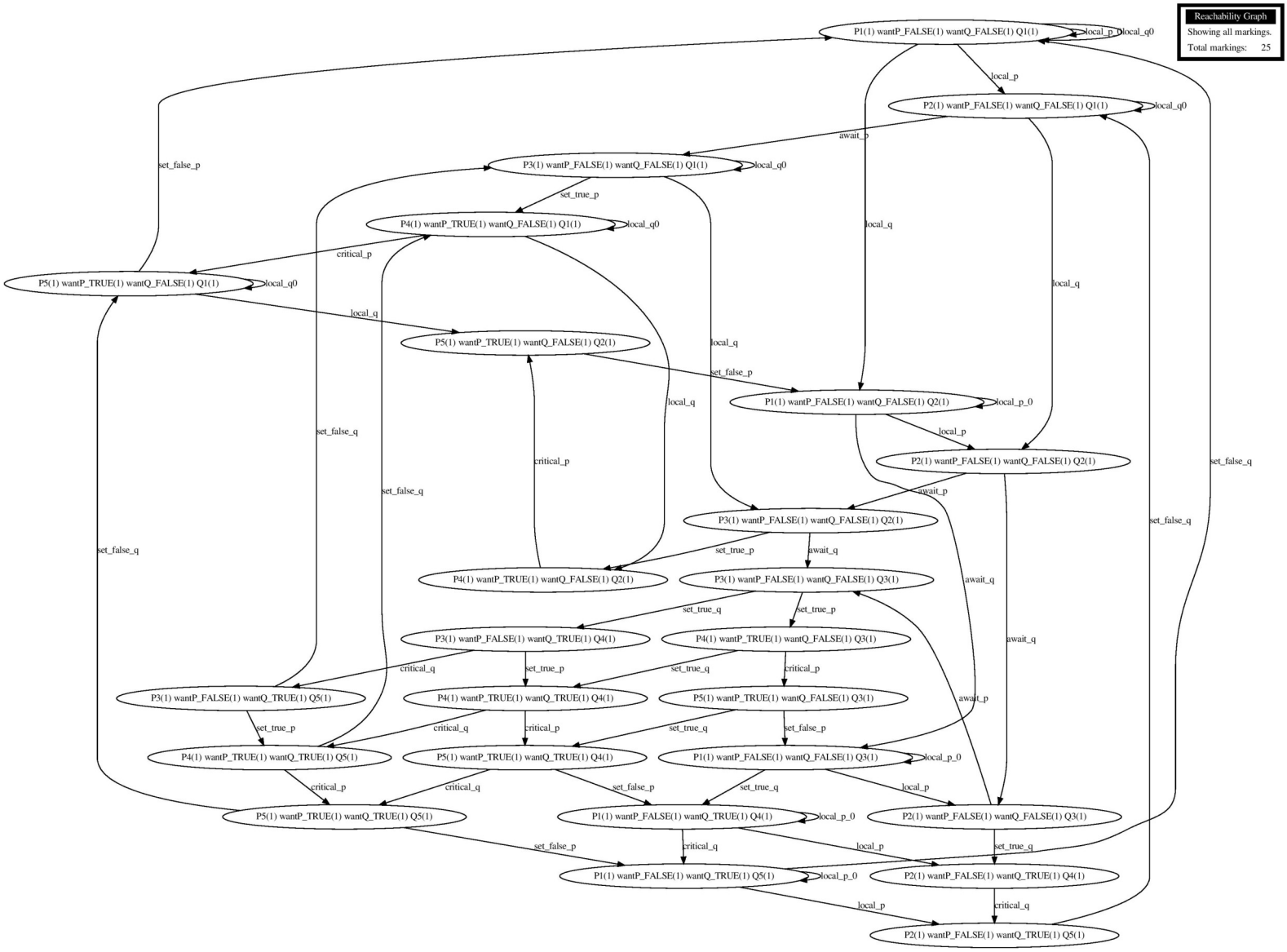
L'algoritmo 3.6 modellato secondo NuSMV e GreatSPN mostra che non c'è la mutua esclusione. Questo viene evidenziato anche dal fatto che i nodi del Reachability Graph corrispondo al prodotto cartesiano P×Q. Anche il Derivation Graph del modello in algebra dei processi ha 25 nodi ed è equivalente al Reachability Graph.

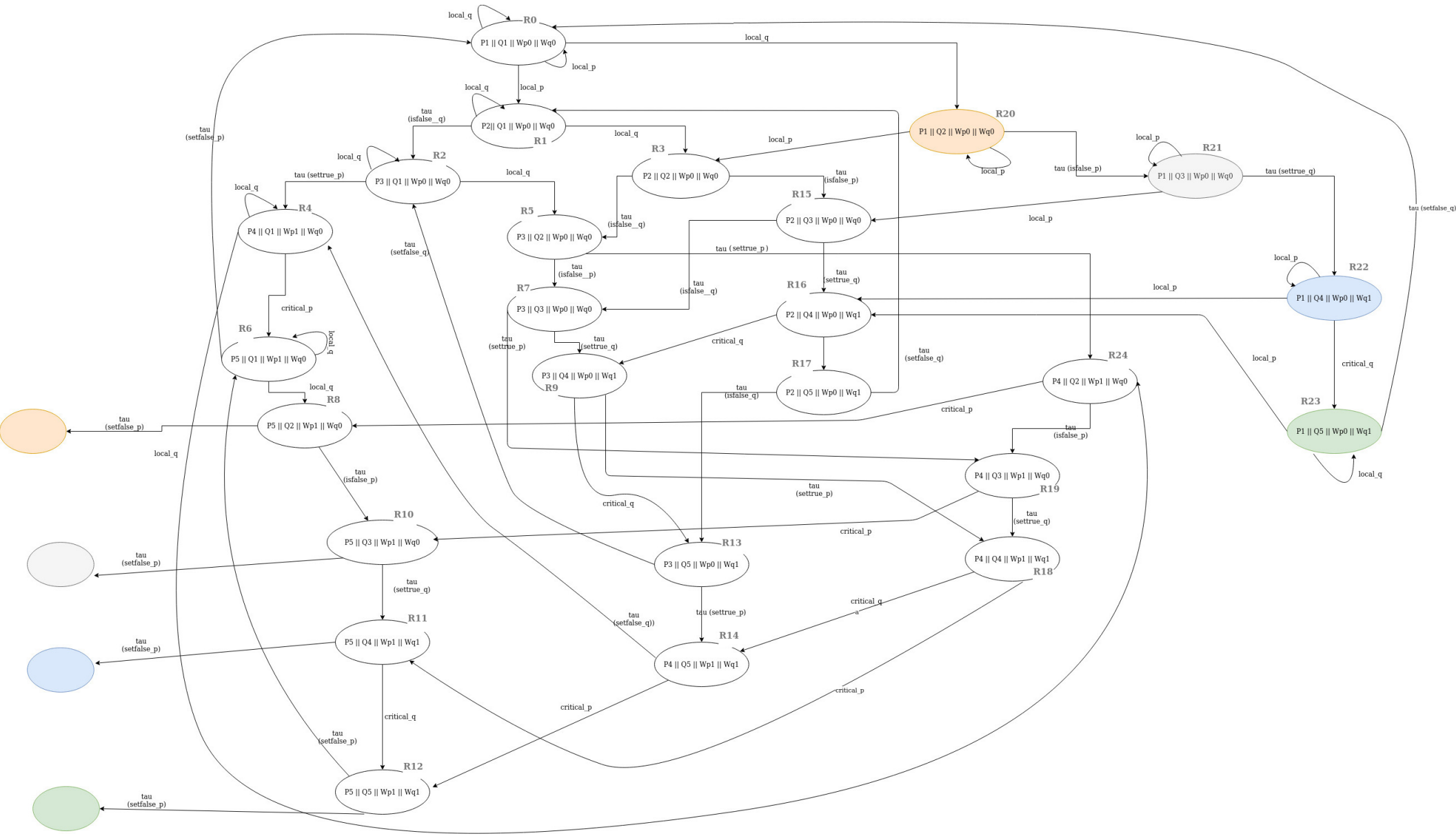
$$
\begin{aligned}
&\text{System} = \{(P_1 \parallel Q_1) \parallel (\text{Want}_{p0} \parallel \text{Want}_{q0})\} \;/\; \text{Sync} \\
&\text{Sync} = \{\ \text{isTrue}_p,\ \text{isFalse}_p,\ \text{setTrue}_p,\ \text{setFalse}_p, \\
&\qquad \text{isTrue}_q,\ \text{isFalse}_q,\ \text{setTrue}_q,\ \text{setFalse}_q\ \} \\
&S = \{\text{local}_p,\ \text{critical}_p,\ \text{local}_q,\ \text{critical}_q\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\text{Want}_{p1} ::= \text{isTrue}_p.\text{Want}_{p1} + \text{setTrue}_p.\text{Want}_{p1} + \text{setFalse}_p.\text{Want}_{p0} \\
&\text{Want}_{p0} ::= \text{isFalse}_p.\text{Want}_{p0} + \text{setFalse}_p.\text{Want}_{p0} + \text{setTrue}_p.\text{Want}_{p1} \\
&P_1 ::= \text{local}_p.P_1 + \text{local}_p.P_2 \\
&P_2 ::= \text{isFalse}_q.P_3 \\
&P_3 ::= \text{setTrue}_p.P_4 \\
&P_4 ::= \text{critical}_p.P_5 \\
&P_5 ::= \text{setFalse}_p.P_1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\text{Want}_{q1} ::= \text{isTrue}_q.\text{Want}_{q1} + \text{setTrue}_q.\text{Want}_{q1} + \text{setFalse}_q.\text{Want}_{q0} \\
&\text{Want}_{q0} ::= \text{isFalse}_q.\text{Want}_{q0} + \text{setFalse}_q.\text{Want}_{q0} + \text{setTrue}_q.\text{Want}_{q1} \\
&Q_1 ::= \text{local}_q.Q_1 + \text{local}_q.Q_2 \\
&Q_2 ::= \text{isFalse}_p.Q_3 \\
&Q_3 ::= \text{setTrue}_q.Q_4 \\
&Q_4 ::= \text{critical}_q.Q_5 \\
&Q_5 ::= \text{setFalse}_q.Q_1
\end{aligned}
$$

Seguono il Reachability Graph costruito con GreatSPN e il Derivation Graph.


Reachability Graph
Showing all markings.
Total markings: 25
P1(1) wantP_FALSE(1) wantQ_FALSE(1) Q1(1)
P2(1) wantP_FALSE(1) wantQ_FALSE(1) Q1(1)
P3(1) wantP_FALSE(1) wantQ_FALSE(1) Q1(1)
P4(1) wantP_TRUE(1) wantQ_FALSE(1) Q1(1)
P5(1) wantP_TRUE(1) wantQ_FALSE(1) Q1(1)
P5(1) wantP_TRUE(1) wantQ_FALSE(1) Q2(1)
P1(1) wantP_FALSE(1) wantQ_FALSE(1) Q2(1)
P2(1) wantP_FALSE(1) wantQ_FALSE(1) Q2(1)
P3(1) wantP_FALSE(1) wantQ_FALSE(1) Q2(1)
P4(1) wantP_TRUE(1) wantQ_FALSE(1) Q2(1)
P3(1) wantP_FALSE(1) wantQ_FALSE(1) Q3(1)
P3(1) wantP_FALSE(1) wantQ_TRUE(1) Q4(1)
P4(1) wantP_TRUE(1) wantQ_FALSE(1) Q3(1)
P3(1) wantP_FALSE(1) wantQ_TRUE(1) Q5(1)
P4(1) wantP_TRUE(1) wantQ_TRUE(1) Q4(1)
P5(1) wantP_TRUE(1) wantQ_FALSE(1) Q3(1)
P4(1) wantP_TRUE(1) wantQ_TRUE(1) Q5(1)
P5(1) wantP_TRUE(1) wantQ_TRUE(1) Q4(1)
P1(1) wantP_FALSE(1) wantQ_FALSE(1) Q3(1)
P5(1) wantP_TRUE(1) wantQ_TRUE(1) Q5(1)
P1(1) wantP_FALSE(1) wantQ_TRUE(1) Q4(1)
P2(1) wantP_FALSE(1) wantQ_FALSE(1) Q3(1)
P1(1) wantP_FALSE(1) wantQ_TRUE(1) Q5(1)
P2(1) wantP_FALSE(1) wantQ_TRUE(1) Q4(1)
P2(1) wantP_FALSE(1) wantQ_TRUE(1) Q5(1)
local_p
local_q
local_p_0
local_q0
await_p
await_q
set_true_p
set_false_p
set_true_q
set_false_q
critical_p
critical_q


R0
P1 || Q1 || Wp0 || Wq0
R1
P2|| Q1 || Wp0 || Wq0
R2
P3 || Q1 || Wp0 || Wq0
R3
P2 || Q2 || Wp0 || Wq0
R4
P4 || Q1 || Wp1 || Wq0
R5
P3 || Q2 || Wp0 || Wq0
R6
P5 || Q1 || Wp1 || Wq0
R7
P3 || Q3 || Wp0 || Wq0
R8
P5 || Q2 || Wp1 || Wq0
R9
P3 || Q4 || Wp0 || Wq1
R10
P5 || Q3 || Wp1 || Wq0
R11
P5 || Q4 || Wp1 || Wq1
R12
P5 || Q5 || Wp1 || Wq1
R13
P3 || Q5 || Wp0 || Wq1
R14
P4 || Q5 || Wp1 || Wq1
R15
P2 || Q3 || Wp0 || Wq0
R16
P2 || Q4 || Wp0 || Wq1
R17
P2 || Q5 || Wp0 || Wq1
R18
P4 || Q4 || Wp1 || Wq1
R19
P4 || Q3 || Wp1 || Wq0
R20
P1 || Q2 || Wp0 || Wq0
R21
P1 || Q3 || Wp0 || Wq0
R22
P1 || Q4 || Wp0 || Wq1
R23
P1 || Q5 || Wp0 || Wq1
R24
P4 || Q2 || Wp1 || Wq0
local_q
local_p
tau (setfalse_p)
tau (isfalse__q)
tau (settrue_p)
tau (isfalse_p)
tau (settrue_q)
tau (setfalse_q)
tau (isfalse__p)
tau (isfalse_q)
tau (settrue_p )
critical_p
critical_q

## 4.4 Risultati

Nella tabella mostriamo i risultati ottenuti

| | NuSMV | GreatSPN |
|---|---|---|
| Mutua Esclusione | false | false |
| Assenza di deadlock | true | false |
| No Starvation | false | false |

Il trace di NuSMV mostra che la mutua esclusione può non essere rispettata dato che le due variabili *wantP* e *wantQ* possono essere contemporaneamente false.

```
-- specification AG (p.state != critical | q.state != critical)  is false
-- as demonstrated by the following execution sequence
Trace Description: CTL Counterexample
Trace Type: Counterexample
  -> State: 1.1 <-
    wantP = FALSE
    wantQ = FALSE
    p.state = local
    q.state = local
  -> Input: 1.2 <-
    _process_selector_ = p
    running = FALSE
    q.running = FALSE
    p.running = TRUE
  -> State: 1.2 <-
    p.state = await
  -> Input: 1.3 <-
  -> State: 1.3 <-
    p.state = setTrue
  -> Input: 1.4 <-
    _process_selector_ = q
    q.running = TRUE
```

```
  p.running = FALSE
-> State: 1.4 <-
  q.state = await
-> Input: 1.5 <-
-> State: 1.5 <-
  q.state = setTrue
-> Input: 1.6 <-
  _process_selector_ = p
  q.running = FALSE
  p.running = TRUE
-> State: 1.6 <-
  wantP = TRUE
  p.state = critical
-> Input: 1.7 <-
  _process_selector_ = q
  q.running = TRUE
  p.running = FALSE
-> State: 1.7 <-
  wantQ = TRUE
  q.state = critical
```

L'incoerenza del risultato dell'assenza di deadlock è spiegabile dal fatto che nel caso di NuSMV non è possibile che un processo rimanga nel primo stato (*local*) per un tempo indefinito mentre nel caso di GreatSPN è possibile che il processo P vada nello spazio await e il processo Q decida di rimanere nel loop *local_ Q* all'infinito. Notiamo che se forziamo i processi a fare del progresso dallo stato *local*, allora la formula CTL

$$\mathrm{AG}(\mathrm{w}_p \rightarrow \mathrm{AF}(\mathrm{c}_p \vee \mathrm{c}_\mathrm{q})$$

risulta rispettata. Ancora meglio, piuttosto che rimuovere una transizione possibile, possiamo restringere la verifica dell'assenza di deadlock alla seguente formula CTL

AG ($w_p \rightarrow$ EF ($c_p$ || $c_q$))
AG(#await_P == 1 -> EF(#critical_Q==1 || #critical_P == 1))

che risulta rispettata. L'assenza di starvation individuale non è rispettata né in NuSmv né in GreatSPN in quanto è possibile che uno dei due processi continui ad accedere alla sezione critica senza permettere all'altro di fare lo stesso.

```
-- specification AG (q.state = await -> AF q.state = critical)  is false
-- as demonstrated by the following execution sequence
Trace Description: CTL Counterexample
Trace Type: Counterexample
  -> State: 3.1 <-
    wantP = FALSE
    wantQ = FALSE
    p.state = local
    q.state = local
  -> Input: 3.2 <-
    _process_selector_ = q
    running = FALSE
    q.running = TRUE
    p.running = FALSE
  -- Loop starts here
  -> State: 3.2 <-
    q.state = await
  -> Input: 3.3 <-
    _process_selector_ = p
    q.running = FALSE
    p.running = TRUE
  -> State: 3.3 <-
    p.state = await
  -> Input: 3.4 <-
  -> State: 3.4 <-
```

```
    p.state = setTrue
  -> Input: 3.5 <-
  -> State: 3.5 <-
    wantP = TRUE
    p.state = critical
  -> Input: 3.6 <-
    _process_selector_ = q
    q.running = TRUE
    p.running = FALSE
  -> State: 3.6 <-
  -> Input: 3.7 <-
    _process_selector_ = p
    q.running = FALSE
    p.running = TRUE
  -> State: 3.7 <-
    p.state = setFalse
  -> Input: 3.8 <-
  -> State: 3.8 <-
    wantP = FALSE
    p.state = local
```

# 5 Algoritmo 3.8

Due processi iterano all'infinito seguendo questo pseudocodice

```
while true:
    non-critical section
    wantP <- true
    await wantQ = false
    critical section
    wantP <- false
```

## 5.1 NuSMV

Si è deciso di modellare l'algoritmo allo stesso modo del precedente.

---

```
MODULE main
VAR
    wantP: boolean;
    wantQ: boolean;
    p: process proc(wantP, wantQ);
    q: process proc(wantQ, wantP);
ASSIGN
    init(wantP) := FALSE;
    init(wantQ) := FALSE;

CTLSPEC -- no mutual exclusion
  AG (p.state != critical | q.state != critical)

CTLSPEC -- no deadlock
  AG ((p.state = await | q.state = await) -> AF (p.state = critical
      | q.state = critical))

CTLSPEC -- no individual starvation
  AG (p.state = await -> AF p.state = critical)
CTLSPEC
  AG (q.state = await -> AF q.state = critical)

CTLSPEC -- prova: path senza starvation
  AG (q.state = await -> EF q.state = critical)

LTLSPEC -- no mutual exclusion
  G (p.state != critical | q.state != critical)
LTLSPEC -- no deadlock
  G ((p.state = await | q.state = await) -> F (p.state = critical |
      q.state = critical))
LTLSPEC -- no individual starvation
  G (p.state = await -> F p.state = critical)
```

```
LTLSPEC
  G (q.state = await -> F q.state = critical)


MODULE proc(mine, other)
VAR
    state: {local, await, critical, setTrue, setFalse};
ASSIGN
    init(state) := local;
    next(state) := case
                    state = local: {local, setTrue};
                    state = await & other = FALSE: critical;
                    state = await: await;
                    state = setTrue: await;
                    state = critical: setFalse;
                    state = setFalse: local;
                   esac;
    next(mine) := case
                    state = setTrue: TRUE;
                    state = setFalse: FALSE;
                    TRUE: mine;
                   esac;

FAIRNESS
  running
```

---

## 5.2 GreatSPN

Il codice utilizzato per le proprietà CTL è il seguente:

```
AG(!(#critical_P == 1) || !(#critical_Q == 1))
AG ((#await_P==1 || #await_Q == 1) -> AF (#critical_P == 1 || #critical_Q == 1))
AG (#await_P==1 -> AF (#critical_P == 1))
AG (#await_Q==1 -> AF (#critical_Q == 1))
```

Inoltre, per confermare alcune ipotesi, si è testata anche la seguente formula CTL:

```
AG(#await_P == 1 -> EF(#critical_Q==1 || #critical_P == 1))
```

che conferma la presenza di deadlock causata dalle due variabili booleane.

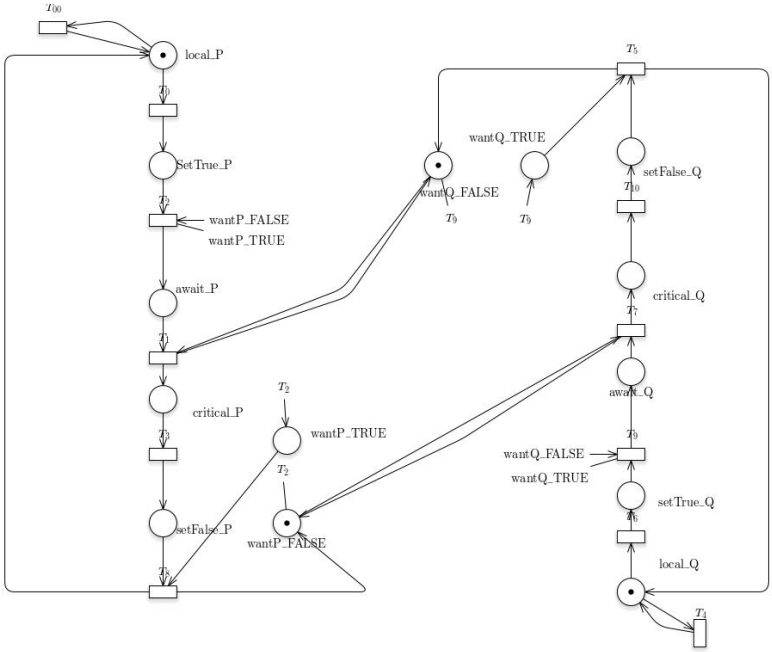



Figure 2: Rete 3.8

## 5.3 Risultati

Nella tabella mostriamo i risultati ottenuti

| | NuSMV | GreatSPN |
|---|---|---|
| Mutua Esclusione | True | True |
| Assenza di deadlock | False | False |
| No Starvation | False | False |

Questo algoritmo rispetto al precedente garantisce la mutua esclusione, ma non ci permette di evitare il deadlock (e di conseguenza neanche la starvation individuale).

Di seguito riportiamo la traccia di NuSMV che mostra che il deadlock avviene quando i progetti eseguono *setTrue* nello stesso momento.

```
-- specification AG ((p.state = await | q.state = await) -> AF (p.state = critical | q
-- as demonstrated by the following execution sequence
Trace Description: CTL Counterexample
Trace Type: Counterexample
  -> State: 1.1 <-
    wantP = FALSE
    wantQ = FALSE
    p.state = local
    q.state = local
  -> Input: 1.2 <-
    _process_selector_ = p
    running = FALSE
    q.running = FALSE
    p.running = TRUE
  -> State: 1.2 <-
    p.state = setTrue
  -> Input: 1.3 <-
  -> State: 1.3 <-
    wantP = TRUE
    p.state = await
```

```
-> Input: 1.4 <-
  _process_selector_ = q
  q.running = TRUE
  p.running = FALSE
-> State: 1.4 <-
  q.state = setTrue
-> Input: 1.5 <-
-- Loop starts here
-> State: 1.5 <-
  wantQ = TRUE
  q.state = await
-> Input: 1.6 <-
  _process_selector_ = p
  q.running = FALSE
  p.running = TRUE
-- Loop starts here
-> State: 1.6 <-
-> Input: 1.7 <-
  _process_selector_ = main
  running = TRUE
  p.running = FALSE
-- Loop starts here
-> State: 1.7 <-
-> Input: 1.8 <-
  _process_selector_ = q
  running = FALSE
  q.running = TRUE
-- Loop starts here
-> State: 1.8 <-
-> Input: 1.9 <-
  _process_selector_ = p
  q.running = FALSE
```

```
    p.running = TRUE
  -- Loop starts here
  -> State: 1.9 <-
  -> Input: 1.10 <-
    _process_selector_ = main
    running = TRUE
    p.running = FALSE
  -> State: 1.10 <-
```

Mostriamo invece il controesempio generato da GreatSPN che ci mostra una condizione di starvation individuale, dove, come in precedenza, il processo Q rimane in *local_ Q*.

```
Generated counter-example:
=================================== Trace ===================================
Initial state is: local_P(1), wantP_FALSE(1), wantQ_FALSE(1), local_Q(1)
Initial state satisfies:
  E F (not ((not (await_P = 1)) or (not E G (not (critical_P = 1))))).

1: local_P(1), wantP_FALSE(1), wantQ_FALSE(1), local_Q(1)
  State 1. satisfies: ((not (await_P = 1)) or (not E G (not (critical_P = 1)))).

  1.1: local_P(1), wantP_FALSE(1), wantQ_FALSE(1), local_Q(1)
    State 1.1. does not satisfy: (await_P = 1).

2: SetTrue_P(1), wantP_FALSE(1), wantQ_FALSE(1), local_Q(1)
  State 2. satisfies: ((not (await_P = 1)) or (not E G (not (critical_P = 1)))).

  2.1: SetTrue_P(1), wantP_FALSE(1), wantQ_FALSE(1), local_Q(1)
    State 2.1. does not satisfy: (await_P = 1).

3: wantP_TRUE(1), await_P(1), wantQ_FALSE(1), local_Q(1)
  State 3. does not satisfy: ((not (await_P = 1)) or (not E G (not (critical_P = 1))))
```

```
  3.1: wantP_TRUE(1), await_P(1), wantQ_FALSE(1), local_Q(1)
    State 3.1.L. satisfies: (await_P = 1).

    State 3.1.R. satisfies: E G (not (critical_P = 1)). Start of loop.

    3.1.R.1: wantP_TRUE(1), await_P(1), wantQ_FALSE(1), local_Q(1)
      State 3.1.R.1. does not satisfy: (critical_P = 1).

    3.1.R.2: loop back to state 3.1.R.1.
```

# 6 Algoritmo 3.9

Due processi iterano all'infinito seguendo questo pseudocodice

```
while true:
    non-critical section
    wantP <- true
    while wantQ
wantP <- false
wantP <- true
    critical section
    wantP <- false
```

(l'altro processo segue uno pseudocodice simmetrico)

## 6.1 NuSMV

Si è deciso di modellare l'algoritmo usando per ognuno dei due processi utilizzando l'espressione *process* per simulare di NuSMV e per ciascun process una variabile *state* di tipo enumerazione

state: {local, critical, setTrue, setFalse, resetTrue, resetFalse};

Benché non fosse necessario distinguere il set della variabile booleana *wantP*, si è preferito farlo in quanto l'enumerazione di tutti gli stati possibili, come evidenziato dal codice che segue, non risulta complesso.

```
MODULE main
VAR
    wantP: boolean;
    wantQ: boolean;
    p: process proc(wantP, wantQ); -- PROCESS: http://nusmv.fbk.eu/
        NuSMV/userman/v21/nusmv_3.html#SEC27
    q: process proc(wantQ, wantP);
ASSIGN
    init(wantP) := FALSE;
    init(wantQ) := FALSE;

CTLSPEC -- no mutual exclusion
  AG (p.state != critical | q.state != critical)

CTLSPEC -- no deadlock
  AG ((p.state = setTrue | q.state = setTrue) -> AF (p.state =
      critical | q.state = critical))

CTLSPEC -- no individual starvation
  AG (p.state = setTrue -> AF p.state = critical)
CTLSPEC
  AG (q.state = setTrue -> AF q.state = critical)

LTLSPEC -- no mutual exclusion
  G (p.state != critical | q.state != critical)
LTLSPEC -- no deadlock
  G ((p.state = setTrue | q.state = setTrue) -> F (p.state =
      critical | q.state = critical))
LTLSPEC -- no individual starvation
  G (p.state = setTrue -> F p.state = critical)
LTLSPEC
  G (q.state = setTrue -> F q.state = critical)
```

```
MODULE proc(mine, other)
VAR
    state: {local, critical, setTrue, setFalse, resetTrue,
        resetFalse};
ASSIGN
    init(state) := local;
    next(state) := case
                    state = local: {local, setTrue};
                    state = setTrue & other = TRUE: resetFalse;
                    state = setTrue & other = FALSE: critical;
                    state = resetFalse: resetTrue;
                    state = resetTrue & other = TRUE: resetFalse;
                    state = resetTrue & other = FALSE: critical;
                    state = critical: setFalse;
                    state = setFalse: local;
                   esac;
    next(mine) := case
                    state = setTrue: TRUE;
                    state = setFalse: FALSE;
                    state = resetTrue: TRUE;
                    state = resetFalse: FALSE;
                    TRUE: mine;
                   esac;
FAIRNESS
  running
```

---

## 6.2 GreatSPN

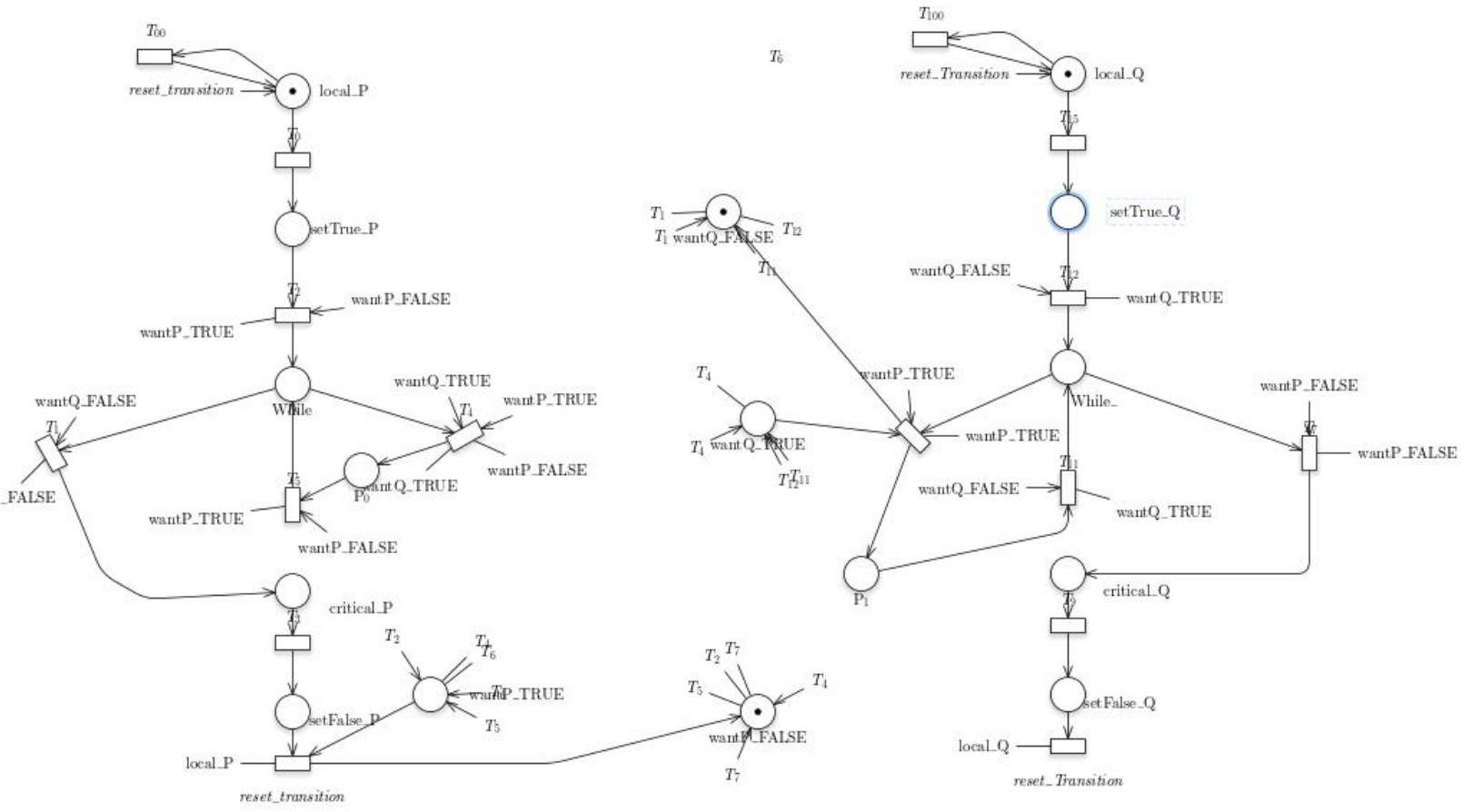
Il codice utilizzato per le proprietà CTL è il seguente:

```
AG(!(#critical_P == 1) || !(#critical_Q == 1))
AG ((#setTrue_P==1 || #setTrue_Q == 1) -> AF (#critical_P == 1 || #critical_Q == 1))
AG (#setTrue_P==1 -> AF (#critical_P == 1))
AG (#setTrue_Q==1 -> AF (#critical_Q == 1))
```

Inoltre, per confermare alcune ipotesi, si è testata anche la seguente formula CTL:

AG(#setTrue_P == 1 -> EF(#critical_Q==1 #critical_P == 1))

che conferma la presenza di deadlock causata dalle due variabili booleane.


reset_transition
local_P
setTrue_P
wantP_FALSE
wantP_TRUE
While
wantQ_TRUE
wantQ_FALSE
wantP_TRUE
wantP_FALSE
wantQ_TRUE
wantP_TRUE
wantP_FALSE
critical_P
setFalse_P
local_P
reset_transition
reset_Transition
local_Q
setTrue_Q
wantQ_FALSE
wantQ_TRUE
wantP_TRUE
While_
wantP_FALSE
wantQ_FALSE
wantQ_TRUE
wantP_FALSE
critical_Q
setFalse_Q
local_Q
reset_Transition

## 6.3 Risultati

Nella tabella mostriamo i risultati ottenuti

| | NuSMV | GreatSPN |
|---|---|---|
| Mutua Esclusione | true | true |
| Assenza di deadlock | false | false |
| No Starvation | false | false |

Il deadlock si verifica quando i entrambe le variabili booleane sono uguali a *true*. Ad esempio, se si esegue in locksetop il loop con la condizione booleana sulla variabile dell'altro processo, si verifica la condizione di deadlock. Viene riportato il trace di NuSMV che conferma questa ipotesi. GreatSPN fallisce per mancanza di RAM sulla macchina usata ma è facile riprodurre il deadlock manualmente.

```
-- specification AG ((p.state = setTrue | q.state = setTrue) -> AF (p.state = critical
-- as demonstrated by the following execution sequence
Trace Description: CTL Counterexample
Trace Type: Counterexample
  -> State: 1.1 <-
    wantP = FALSE
    wantQ = FALSE
    p.state = local
    q.state = local
  -> Input: 1.2 <-
    _process_selector_ = p
    running = FALSE
    q.running = FALSE
    p.running = TRUE
  -> State: 1.2 <-
    p.state = setTrue
  -> Input: 1.3 <-
  -> State: 1.3 <-
    wantP = TRUE
```

```
  p.state = critical
-> Input: 1.4 <-
-> State: 1.4 <-
  p.state = setFalse
-> Input: 1.5 <-
  _process_selector_ = q
  q.running = TRUE
  p.running = FALSE
-> State: 1.5 <-
  q.state = setTrue
-> Input: 1.6 <-
-> State: 1.6 <-
  wantQ = TRUE
  q.state = resetFalse
-> Input: 1.7 <-
  _process_selector_ = p
  q.running = FALSE
  p.running = TRUE
-> State: 1.7 <-
  wantP = FALSE
  p.state = local
-> Input: 1.8 <-
-> State: 1.8 <-
  p.state = setTrue
-> Input: 1.9 <-
-- Loop starts here
-> State: 1.9 <-
  wantP = TRUE
  p.state = resetFalse
-> Input: 1.10 <-
  _process_selector_ = q
  q.running = TRUE
```

```
  p.running = FALSE
-> State: 1.10 <-
  wantQ = FALSE
  q.state = resetTrue
-> Input: 1.11 <-
-- Loop starts here
-> State: 1.11 <-
  wantQ = TRUE
  q.state = resetFalse
-> Input: 1.12 <-
  _process_selector_ = p
  q.running = FALSE
  p.running = TRUE
-> State: 1.12 <-
  wantP = FALSE
  p.state = resetTrue
-> Input: 1.13 <-
-- Loop starts here
-> State: 1.13 <-
  wantP = TRUE
  p.state = resetFalse
-> Input: 1.14 <-
  _process_selector_ = q
  q.running = TRUE
  p.running = FALSE
-> State: 1.14 <-
  wantQ = FALSE
  q.state = resetTrue
-> Input: 1.15 <-
-- Loop starts here
-> State: 1.15 <-
  wantQ = TRUE
```

```
    q.state = resetFalse
  -> Input: 1.16 <-
    _process_selector_ = p
    q.running = FALSE
    p.running = TRUE
  -> State: 1.16 <-
    wantP = FALSE
    p.state = resetTrue
  -> Input: 1.17 <-
  -> State: 1.17 <-
    wantP = TRUE
    p.state = resetFalse
```

Di seguito il trace che conferma la presenza di starvation individuale, sia in GreatSPN che NuSMV.

```
Generated counter-example:
================================== Trace ==================================
Initial state is: local_Q(1), wantQ_FALSE(1), wantP_FALSE(1), local_P(1)
Initial state satisfies:
  E F (not ((not (setTrue_Q = 1)) or (not E G (not (critical_Q = 1))))).

1: local_Q(1), wantQ_FALSE(1), wantP_FALSE(1), local_P(1)
  State 1. satisfies: ((not (setTrue_Q = 1)) or (not E G (not (critical_Q = 1)))).

  1.1: local_Q(1), wantQ_FALSE(1), wantP_FALSE(1), local_P(1)
    State 1.1. does not satisfy: (setTrue_Q = 1).

2: setTrue_Q(1), wantQ_FALSE(1), wantP_FALSE(1), local_P(1)
  State 2. does not satisfy: ((not (setTrue_Q = 1)) or (not E G (not (critical_Q = 1))))

  2.1: setTrue_Q(1), wantQ_FALSE(1), wantP_FALSE(1), local_P(1)
    State 2.1.L. satisfies: (setTrue_Q = 1).
```

```
    State 2.1.R. satisfies: E G (not (critical_Q = 1)). Start of loop.

    2.1.R.1: setTrue_Q(1), wantQ_FALSE(1), wantP_FALSE(1), local_P(1)
      State 2.1.R.1. does not satisfy: (critical_Q = 1).

    2.1.R.2: loop back to state 2.1.R.1.

-- specification AG (q.state = setTrue -> AF q.state = critical)  is false
-- as demonstrated by the following execution sequence
Trace Description: CTL Counterexample
Trace Type: Counterexample
  -> State: 3.1 <-
    wantP = FALSE
    wantQ = FALSE
    p.state = local
    q.state = local
  -> Input: 3.2 <-
    _process_selector_ = q
    running = FALSE
    q.running = TRUE
    p.running = FALSE
  -> State: 3.2 <-
    q.state = setTrue
  -> Input: 3.3 <-
    _process_selector_ = p
    q.running = FALSE
    p.running = TRUE
  -> State: 3.3 <-
    p.state = setTrue
  -> Input: 3.4 <-
  -> State: 3.4 <-
```

```
  wantP = TRUE
  p.state = critical
-> Input: 3.5 <-
  _process_selector_ = q
  q.running = TRUE
  p.running = FALSE
-> State: 3.5 <-
  wantQ = TRUE
  q.state = resetFalse
-> Input: 3.6 <-
  _process_selector_ = p
  q.running = FALSE
  p.running = TRUE
-- Loop starts here
-> State: 3.6 <-
  p.state = setFalse
-> Input: 3.7 <-
  _process_selector_ = main
  running = TRUE
  p.running = FALSE
-- Loop starts here
-> State: 3.7 <-
-> Input: 3.8 <-
  _process_selector_ = q
  running = FALSE
  q.running = TRUE
-> State: 3.8 <-
  wantQ = FALSE
  q.state = resetTrue
-> Input: 3.9 <-
  _process_selector_ = p
  q.running = FALSE
```

```
    p.running = TRUE
  -> State: 3.9 <-
    wantP = FALSE
    p.state = local
  -> Input: 3.10 <-
  -> State: 3.10 <-
    p.state = setTrue
  -> Input: 3.11 <-
  -> State: 3.11 <-
    wantP = TRUE
    p.state = critical
  -> Input: 3.12 <-
    _process_selector_ = q
    q.running = TRUE
    p.running = FALSE
  -> State: 3.12 <-
    wantQ = TRUE
    q.state = resetFalse
  -> Input: 3.13 <-
    _process_selector_ = p
    q.running = FALSE
    p.running = TRUE
  -> State: 3.13 <-
    p.state = setFalse
```

# 7 Algoritmo di Dekker per la mutua esclusione

Due processi iterano all'infinito seguendo questo pseudocodice

```
while true:
    non-critical section
    wantP <- true
```

```
    while wantQ:
if turn = 2:
    wantp <- false
    await turn = 1
    wantp <- true
    critical section
    turn <- 2
    wantp <- false
```

(l'altro processo segue uno pseudocodice simmetrico)

## 7.1 NuSMV

Si è deciso di modellare l'algoritmo usando per ognuno dei due processi usando 9 stati

state: {local, set_true, while, loop_set_false, await, loop_set_true, critical, switch_turn, set_false}

---

```
MODULE main
VAR
   turn: 1..2;
   wantP: boolean;
   wantQ: boolean;
   p: process proc(turn, 1, 2, wantP, wantQ);
   q: process proc(turn, 2, 1, wantQ, wantP);
ASSIGN
   init(turn) := 1;
   init(wantP) := FALSE;
   init(wantQ) := FALSE;

CTLSPEC -- mutual exclusion
   AG !(p.state = critical & q.state = critical)

CTLSPEC -- no deadlock
```

```
    AG ((p.state = await | q.state = await) -> AF(p.state = critical
         | q.state = critical));

CTLSPEC -- no starvation
    AG (p.state = await -> AF(p.state = critical));
CTLSPEC -- no starvation
    AG (q.state = await -> AF(q.state = critical));

LTLSPEC -- mutual exclusion
    G !(p.state = critical & q.state = critical)
LTLSPEC -- no deadlock
    G ((p.state = await | q.state = await) -> F(p.state = critical |
         q.state = critical));
LTLSPEC -- no starvation
    G (p.state = await -> F(p.state = critical));
LTLSPEC -- no starvation
    G (q.state = await -> F(q.state = critical));

MODULE proc(turn, ID, otherID, mine, other)
VAR
    state: {local, set_true, while, loop_set_false, await,
        loop_set_true, critical, switch_turn, set_false};

ASSIGN
    init(state) := local;
    next(state) := case
                    state = local: {local, set_true};
                    state = set_true: while;
                    state = while & other = FALSE: critical;
                    state = critical: switch_turn;
                    state = switch_turn: set_false;
                    state = set_false: local;

                    -- while loop
                    state = while & other = TRUE & turn = ID: while;
                    state = while & other = TRUE & turn = otherID:
```

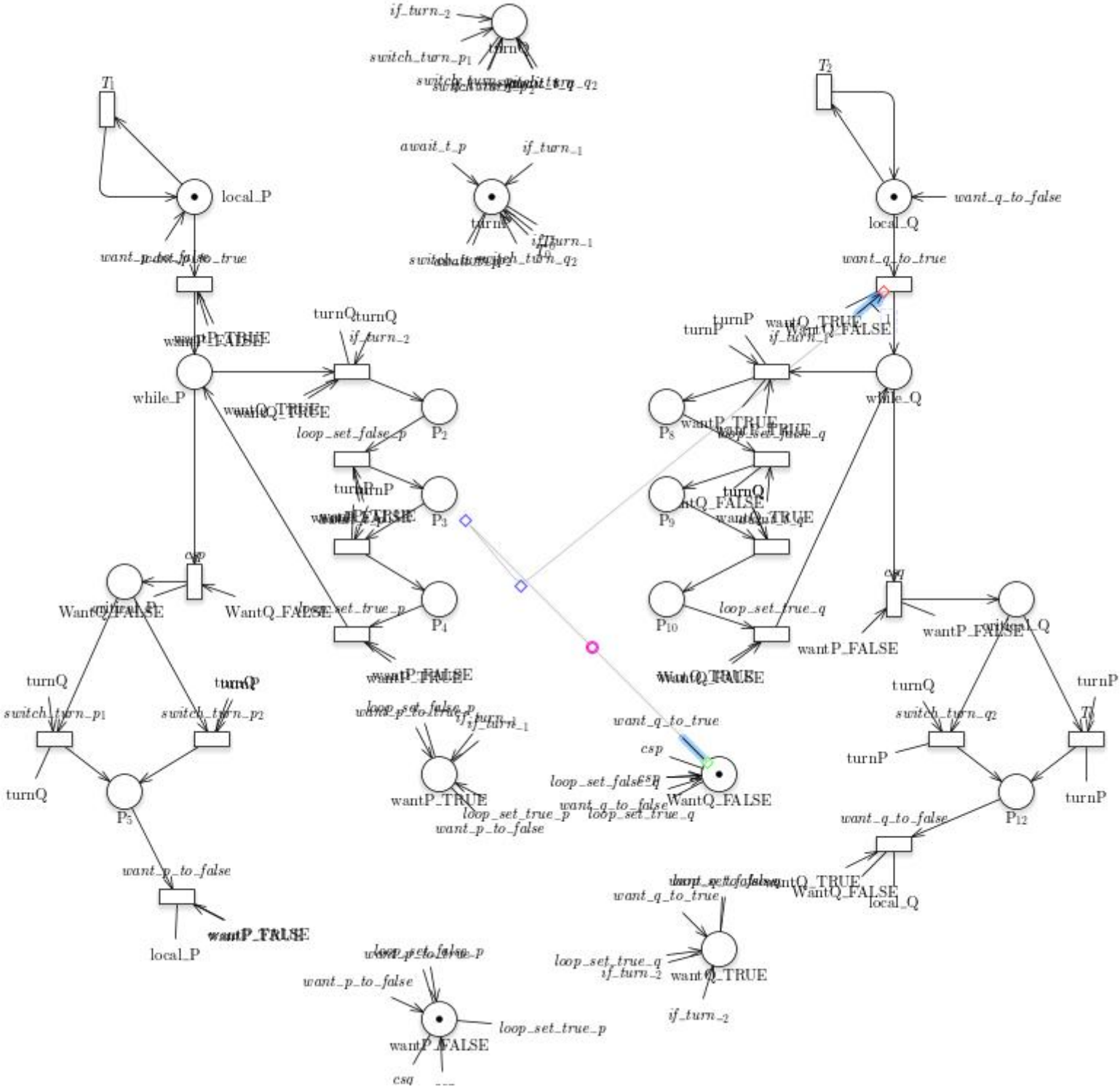
```
                    loop_set_false;
                  state = loop_set_false: await;
                  state = await & turn = otherID: await;
                  state = await & turn = ID: loop_set_true;
                  state = loop_set_true: while;
                esac;
    next(turn) := case
                  state = switch_turn: otherID;
                  TRUE: turn;
                esac;
    next(mine) := case -- change want{P,Q}
                  state = set_true: TRUE;
                  state = loop_set_true: TRUE;
                  state = set_false: FALSE;
                  state = loop_set_false: FALSE;
                  TRUE: mine;
                esac;

FAIRNESS running
```

---

## 7.2 GreatSPN

Il codice utilizzato per le proprietà CTL è il seguente:

```
AG(!(#critical_P == 1) || !(#critical_Q == 1))
AG ((#local_P==1 || #local_Q == 1) -> AF (#critical_P == 1 || \#critical_Q == 1))
AG (#local_P==1 -> AF (#critical_P == 1))
AG (#local_Q==1 -> AF (#critical_Q == 1))
```


if_turn_2
switch_turn_p1
T1
local_P
await_t_p
if_turn_1
want_p_set_false_to_true
turnQ
while_P
loop_set_false_p
P2
P3
csp
WantQ_FALSE
loop_set_true_p
P4
switch_turn_p2
P5
want_p_to_false
wantP_TRUE
T2
local_Q
want_q_to_false
want_q_to_true
turnP
while_Q
P8
P9
P10
wantP_FALSE
switch_turn_q2
P12
loop_set_false_q
loop_set_true_q
want_q_to_false
wantQ_TRUE
wantQ_FALSE
if_turn_2

Ci aspettiamo che come in precedenza ci sia deadlock perché viene data ai processi la possibilità di rimanere su *local*. Forzando i processi a fare del progresso dallo stato *local*, allora la formula CTL

$$\mathrm{AG}((\mathrm{l}_p \mid\mid \mathrm{l}_\mathrm{q}) \rightarrow \mathrm{AF}(\mathrm{c}_p \vee \mathrm{c}_\mathrm{q})$$

risulta rispettata. Ancora meglio, piuttosto che rimuovere una transizione possibile, possiamo restringere la verifica dell'assenza di deadlock alla seguente formula CTL

$\mathrm{AG}\ (\mathrm{w}_p \rightarrow \mathrm{EF}\ (\mathrm{c}_p \mid\mid \mathrm{c}_\mathrm{q}))$
AG(#await_P == 1 -> EF(#critical_Q==1 || #critical_P == 1))

che risulta rispettata.

C'è possibilità di starvation individuale perché a differenza di NuSMV non possiamo rispettare il requisito di fairness.

### 7.3 Risultati

Nella tabella sono mostrati i risultati ottenuti

| | NuSMV | GreatSPN |
|---|---|---|
| Mutua Esclusione | true | true |
| Assenza di deadlock | true | false |
| No Starvation | true | false |

## 8 Equivalenza in algebra dei processi

Precedentemente abbiamo modellato usando l'algebra dei processi l'algoritmo 3.2 e l'algoritmo 3.6. Entrambi hanno le seguenti azioni:

$$\mathrm{S} = \{\mathrm{local}_p, \mathrm{critical}_p, \mathrm{local}_\mathrm{q}, \mathrm{critical}_\mathrm{q}\} \cup \{\tau\}$$

### 8.1 Bisimulazione

Si applica l'algoritmo del partizionamento per verificare l'equivalenza tramite bisimulazione. Questo lo stato iniziale

{S0, R0}, {S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S8, S9, S10, S11, S12, S14, S13
R1, R2, R2, R3, R4, R5, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R14, R15,
R16, R17, R18, R19, R20, R21, R22, R23, R24}

Applico lo split considerando l'azione $critical_p$

{S0, R0}, {S4, S5, R4, R14, R18, R19, R24}
{S1, S2, S3, S6, S7, S8, S9, S10, S11, S12, S14, R1, R2, R3, R5, R6,
R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R15, R16, R17, R20, R21, R22, R23}

Applico lo split considerando l'azione $critical_q$

{S0, R0}, {S4, S5, R4, R14, R19, R24}, {R18}, {S11, S13, R9, R11, R16, R22}
{S1, S2, S3, S6, S7, S8, S9, S10, S12, S14, R1, R2, R3, R5, R6,
R7, R8, R10, R12, R13, R15, R17, R20, R21, R23}

Notiamo che R18 compare come unico elemento di un insieme. Benché l'algoritmo non sia terminato, questo ci basta per concludere che non c'è bisimulazione fra i due algoritmi. Nell'algoritmo 3.2 non compare nessuno stato da cui è possibile effettuare l'azione $critical_p$ o l'azione $critical_q$. Questo risultato si poteva dedurre dal fatto che l'algoritmo 3.6 a differenza del 3.2 non rispetta la mutua esclusione e quindi vi sono degli stati non rappresentabili nel modello dell'algoritmo 3.2. Si noti che non è strettamente necessario mascherare le azioni $is_p$, $is\_/q$, $set_p$, set_/q/ in quanto presenti in entrambi i modelli. Nel caso di bisimulazione fra due modelli, l'algoritmo raggiunge la terminazione quando non è più possibile partizionare gli insieme in base alle azioni comuni e abbiamo come risultato che in ogni set compare uno stato di un modello insieme ad uno o più stati dell'altro.

## 8.2 Trace equivalence

La trace equivalence è più debole della bisimulation equivalence:

$$p \sim q \rightarrow p \backsimeq_T q$$

ma non viceversa

$$p \sim q \nrightarrow p \trianglelefteq_T q$$

Dato che l'algoritmo 3.6 non rispetta la mutua esclusione, possiamo affermare che una sequenza $s$ dove $critical_p$ e $critical_q$ appaiono in successione, non è una sequenza valida per il modello dell'algoritmo 3.2 ma lo è per il modello dell'algoritmo 3.6.

$$s = \ldots \text{critical}_p \text{critical}_q \ldots$$
$$s = \ldots \text{critical}_q \text{critical}_p \ldots$$

Questo ci permette di dire che non c'è trace equivalence fra i due modelli.

# 9 Riduzione

Le reti dell'algoritmo 3.6 e 3.8 differiscono per la successione delle istruzioni di *setTrue* e *await* e permettono simmetricamente le stesse riduzioni:

| rete 3.6 | rete 3.8 |
|---|---|
| rimozione self loop | rimozione self loop |
| fusione posti P1-P2 | fusione posti local_P, setTrue_P |
| fusione posti P4-P5 | fusione posti critical_P, setFalse_P |
| fusione posti Q1-Q2 | fusione posti local_Q, setTrue_Q |
| fusione posti Q4-Q5 | fusione posti critical_Q, setFalse_Q |

Riportiamo le immagini delle due reti ridotte. Le transizioni relative a *setTrue* e *await* non sono riducibili in quanto hanno archi uscenti. Possiamo affermare che le due reti non sono equivalenti, come era deducibile dal fatto che rispettano diverse proprietà.

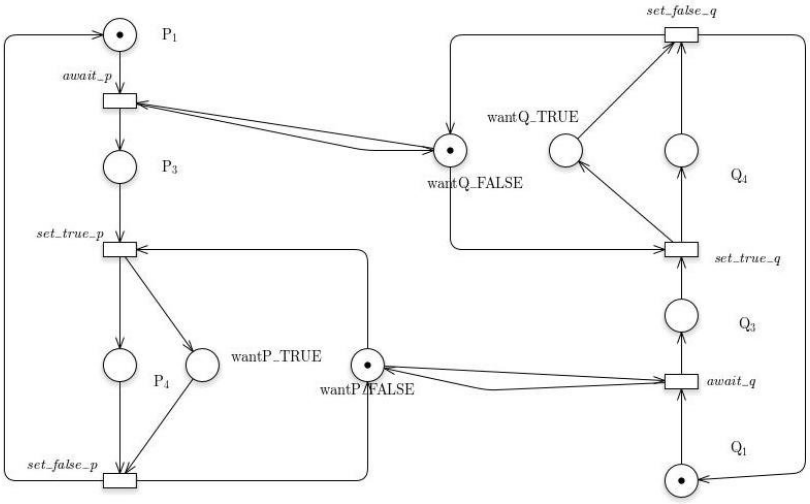



Figure 3: Riduzione rete 3.6

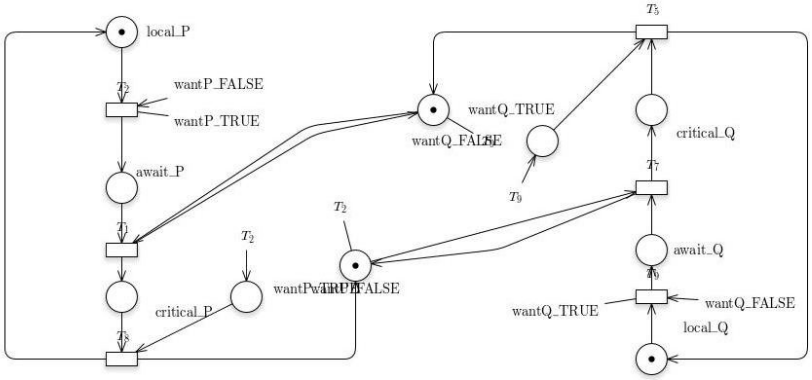



Figure 4: Riduzione rete 3.8

# Esercizio Timed Automata

Francesco Mecca

May 22, 2020

## 1 Modello A

Sono stati usati tre template per rappresentare un sender, un link wd un receiver

```
sender = Sender();
receiver = Receiver();
link = Link();
system sender, receiver, link;
```

### 1.1 Sender

Lo stato iniziale dell'automata è *wait* che simula l'attesa dell'arrivo di un pacchetto che viene processato nell'intervallo [1;2] del clock *sc*. Lo stato successivo è *send_pkg* che invia il pacchetto sul canale di sincronizzazione urgente *ML*. Il sender passa allo stato *wait_ack* che simula l'attesa di un pacchetto sul canale di sincronizzazione urgente *LM* e resetta il clock *sc*. Viene simulata la verifica dell'ack in un intervallo di tempo [2;4] e successivamente l'automa torna allo stato iniziale resettando il clock *sc*.

### 1.2 Receiver

Il receiver è simmetrico al sender. Dallo stato iniziale di *wait* viene simulato l'arrivo di un pacchetto sul canale di sincronizzazione urgente *LR* che permette al receiver di resettare il clock *rc* e avanzare nello stato *recv_pkg*,

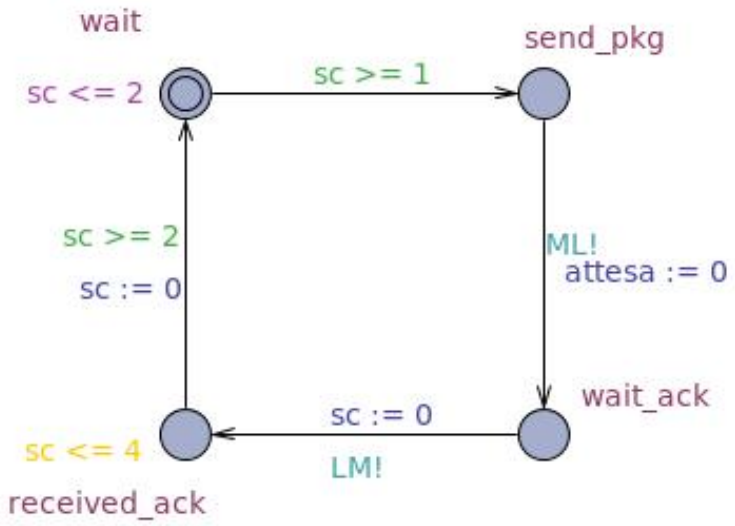



Figure 1: Sender protocollo A

simulando la preparazione del pacchetto in un intervallo di tempo [2;4]. La transizione dallo stato *done_pkg* a *send_ack* simula la generazione di un pacchetto di ack in un intervallo di tempo [2;4] ed tornare allo stato iniziale dopo aver inviato il pacchetto nel canale di sincronizzazione urgente *RL*.

### 1.3 Link

Il link è modellato come un canale perfetto senza perdite. Lo stato interno *idle* simula l'attesa di un pacchetto da parte del receiver o del sender. Lo stato *received_pkg* simula l'arrivo di un pacchetto da parte del sender sul canale *ML* che viene processato e spedito al receiver sul canale *LR*. Simmetricamente le stesse operazioni di attesa, processing e invio avvengono con i pacchetti di ack di cui si simula l'arrivo nello stato *received_ack* dal canale di trasmissione *RL* e l'invio verso il sender dallo stato *resend_ack* attraverso il canale di trasmissione *LM*. Per il processing dei pacchetti l'intervallo di

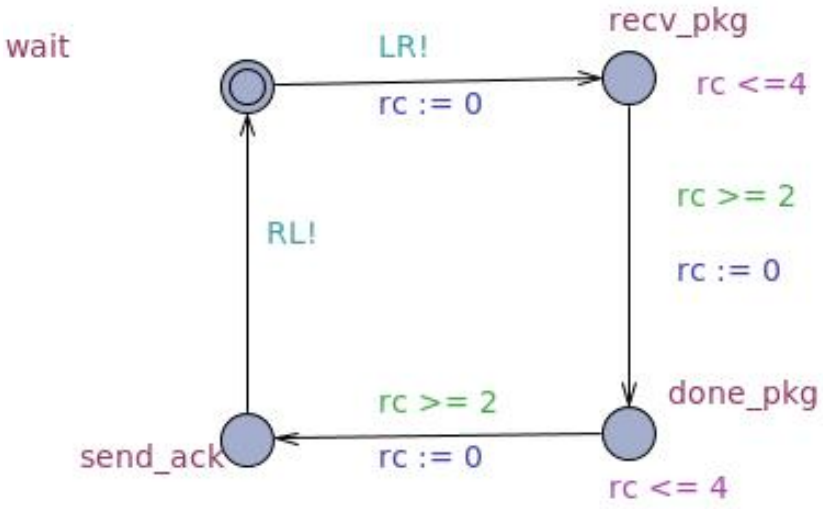



Figure 2: Receiver protocollo A

tempo è sempre [2;4].

### 1.4 Proprietà

Sono state verificate tre proprietà TCTL sul modello:

- Assenza di deadlock

  $$A[] \text{ (not deadlock)}$$

  che viene rispettata e indica che la traccia del sistema è infinita

- Il sender riceverà sempre un ack

  $$AF \text{ sender.received\_ack}$$
  $$A<> \text{ sender.received\_ack}$$

  la proprietà risulta vera in quanto il link non ha perdite.

- Il receiver riceverà sempre un pacchetto

AF receiver.recv_pkg
A<> receiver.recv_pkg

è una proprietà rispettata in quando non ci sono constraint sul tempo di attesa del pacchetto.

### 1.5 Tempo attesa

Il tempo di attesa viene calcolato attraverso il simulatore di Uppaal. È stato inserito un clock che viene resettato ogni qualvolta viene inviato un pacchetto e una volta processato l'ack. L'intervallo di tempo che intercorre dall'invio del messaggio alla recezione del suo ack è [11, 22).

## 2 Modello B

È stato riutilizzato il sistema A e modificato il link per simulare la possibilità di perdita o corruzione di un pacchetto.

## 2.1 Link

Come si denota dall'immagine il link è simile a quello del modello A eccezion fatta per la possibilità di procedere non deterministicamente dagli spazi *received_pkg* e *received_ack* verso *loss* Mostriamo un trace in cui il link perde

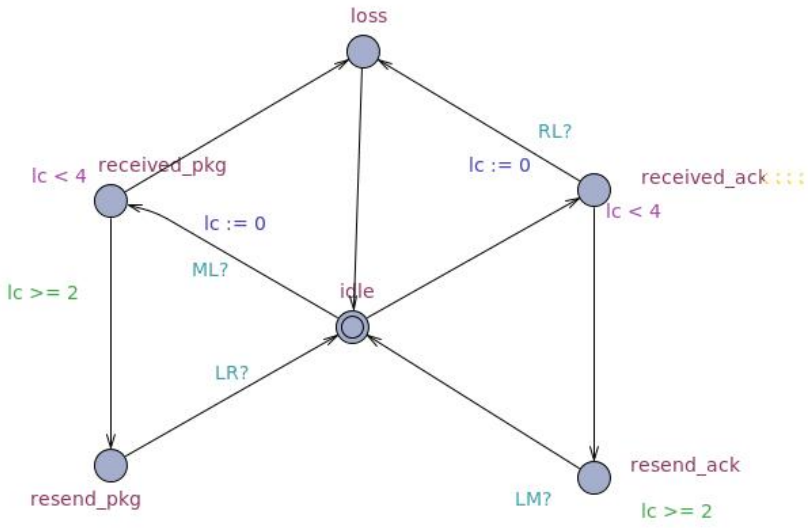



Figure 4: Link protocollo B

un pacchetto di ack inviato dal sender e il sistema va in deadlock. Dalla figura possiamo notare la transizione che simula la perdita, ovvero l'arco *received_ack* $\rightarrow$ *loss*.

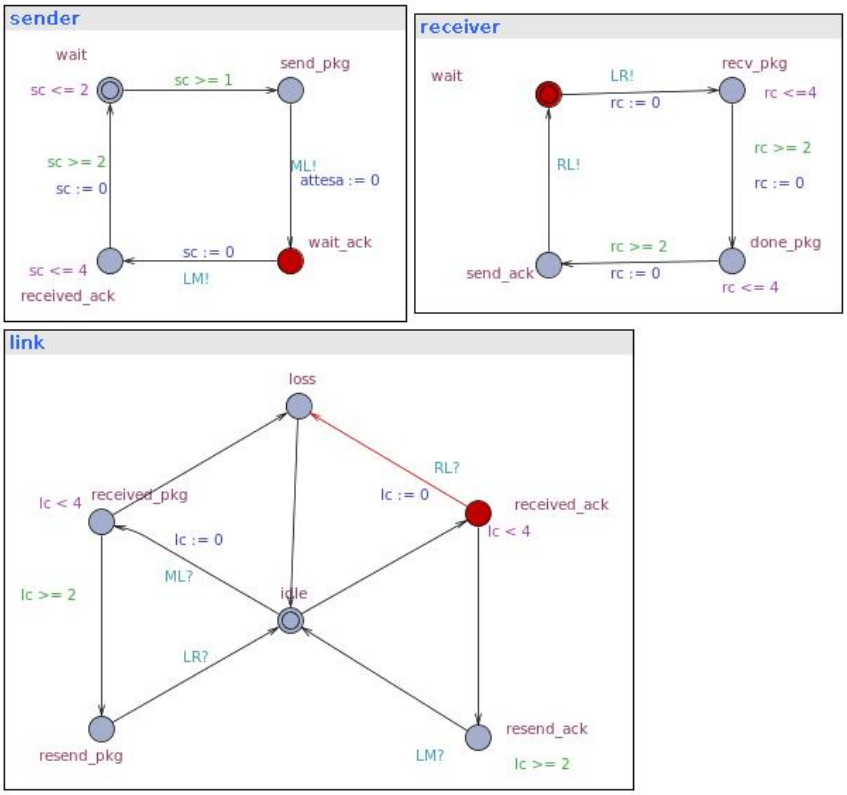
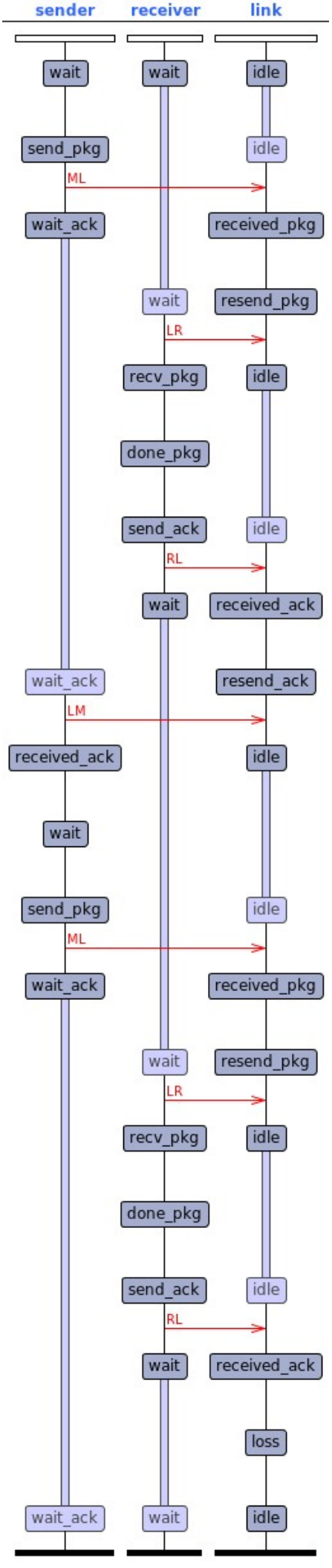



Figure 5: Trace con deadlock


sender
receiver
link
wait
wait
idle
send_pkg
idle
ML
wait_ack
received_pkg
wait
resend_pkg
LR
recv_pkg
idle
done_pkg
send_ack
idle
RL
wait
received_ack
wait_ack
resend_ack
LM
received_ack
idle
wait
send_pkg
idle
ML
wait_ack
received_pkg
wait
resend_pkg
LR
recv_pkg
idle
done_pkg
send_ack
idle
RL
wait
received_ack
loss
wait_ack
wait
idle

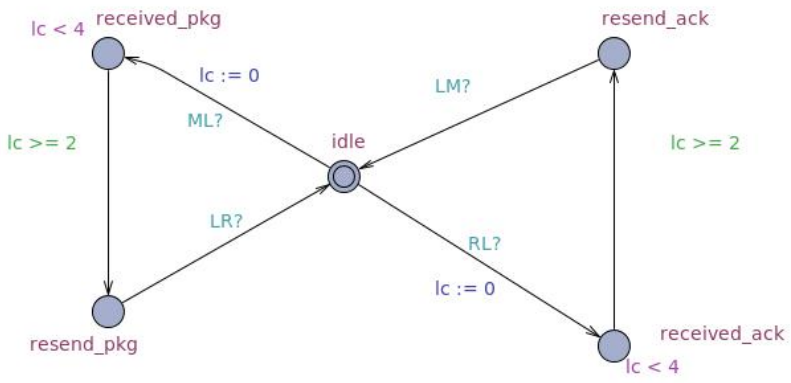



Figure 3: Link protocollo A

## 2.2 Proprietà

Sono state verificate quattro proprietà TCTL sul modello:

- Assenza di deadlock

  $$A[] \text{ (not deadlock)}$$

  che non è rispettata

- Il sender compierà sempre del progresso

  $$\text{sender.wait\_ack} \dashrightarrow \text{(sender.received\_ack)}$$

  la proprietà non risulta vera in quanto il link ha perdite

- Il receiver riceverà sempre un pacchetto

  $$AF \text{ receiver.recv\_pkg}$$
  $$A\langle\rangle \text{ receiver.recv\_pkg}$$

  che come per la proprietà precedente non può risultare vera

- Il receiver può ricevere un pacchetto

EF receiver.recv_pkg
E<> receiver.recv_pkg

la proprietà risulta vera perché il link in alcuni path riesce ad inviare il pacchetto (non avvengono perdite sul canale)

### 2.3 Tempo attesa

Non si devono fare modifiche al modello rispetto al precedente per stabilire il tempo che intercorre dall'invio di un messaggio all'arrivo dell'ack. Bisogna però notare che in caso di deadlock l'ack non arriva mai al mittente e quindi effettivamente possiamo calcolare solo il tempo di ricezione minimo, ovvero 11 cicli del clock.

## 3 Modello C

È stato riutilizzato il sistema B e modificati sender e receiver per simulare la possibilità di recovery in seguito alla perdita o corruzione di uno o più pacchetti. Vengono anche mantenute due flag binarie globali, *ack* e *frame* per tenere traccia dei pacchetti inviati e degli ack ricevuti.

### 3.1 Receiver

Di seguito viene mostrato il receiver del modello C. Rispetto al Modello B il receiver utilizza una flag binaria locale *r_frame* per tenere traccia degli pacchetti già ricevuti e processati.

### 3.2 Sender

Il sender è stato modellato raddopiando il numero di posti e archi, escludendo per lo stato iniziale, in modo da poter processare nella parte destra i frame di tipo 0 e nella parte sinistra i frame di tipo 1. Inoltre sono stati aggiunti due timer che, nel momento in cui l'automa è fermo su *wait_ack* allo scadere del timeout, permettono di spostarsi nello spazio *lost* e riprovare l'invio del

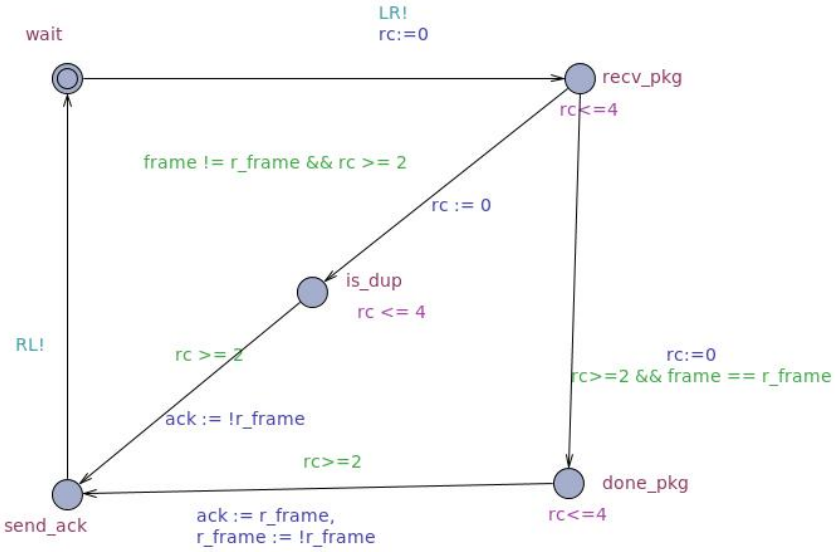



Figure 6: Receiver protocollo C

pacchetto. Si nota subito che i due timer sono indipendenti l'uno dall'altro e vi è la possibilità di modellare i sender senza duplicare il numero di spazi.
La variabile che regola il timeout è un numero intero uguale o maggiore del più grande fra i seguenti valore:

- il massimo tempo necessario all'invio di un pacchetto che il sender non ha processato
- il massimo tempo necessario all'invio di un pacchetto che il sender ha già processato

Se non si rispetta questo constraint il sistema va in deadlock. Nel modello utilizzato lo spazio $is\_dup$ e $done\_pkg$ del receiver hanno lo stesso invariante e il timeout $TOUT$ ha valore minimo 16.

### 3.3 Proprietà

Sono state verificate cinque proprietà TCTL sul modello:

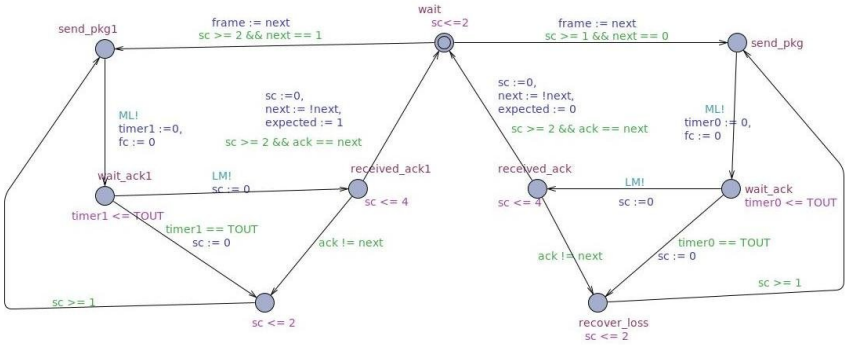



Figure 7: Sender protocollo C (due timer)

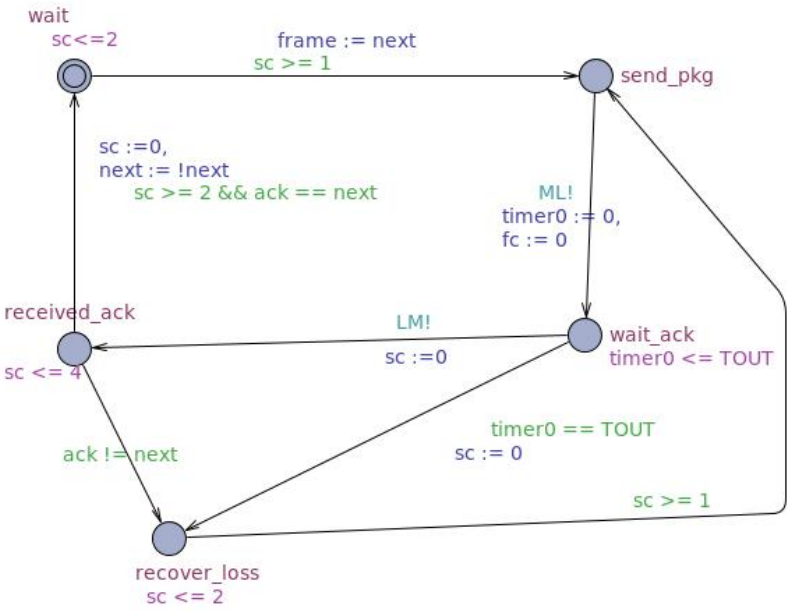



Figure 8: Sender protocollo C (un timer)

- In caso di perdita il sender o il receiver tentano nuovamente di inviare il pacchetto

  link.loss –> (sender.send_pkg || sender.send_pkg1 || receiver.send_ack)

  questa proprietà è rispttata.

- Assenza di deadlock

  A[] (not deadlock)

  questa proprietà è rispettata.

- Nonostante una perdita nel link, il sender o il receiver riceveranno il pacchetto

  link.loss –> (sender.send_pkg || receiver.send_ack)

  la proprietà è rispettata

- Il receiver riceverà sempre un pacchetto

  sender.wait_ack || sender.wait_ack1 –> (sender.received_ack || sender.received_ack1)

  questa proprietà non risulta vera dato che ci possono essere delle perdite nel canale

- C'è almeno un caso in cui l'ack ricevuto è quello atteso

  E<> (ack == expected)

  questa proprietà risulta vera e conferma la correttezza del meccanismo di recovery loss.

### 3.4 Tempo attesa

In questo modello se si considera l'intervallo di tempo che intercorre dal primo tentativo di invio alla ricezione dell'ack, non è possibile calcolare il valore massimo dell'intervallo. Questo perché non è possibile prevedere quanti tentativi saranno necessari per un corretto invio. Se invece si decide di resettare il clock ad ogni tentativo di invio, ovvero di calcolare l'intervallo di tempo che intercorre fra un pacchetto inviato in una situazione in cui il link non avrà perdite fino all'invio del relativo ack, allora si può considerare il modello equivalente al modello A, e quindi l'intervallo è il medesimo.